

Quien parte y reparte, se lleva la mejor parte

En esta unidad vamos a estudiar los números racionales, esto es, los que se pueden expresar en forma de fracción y las operaciones básicas que se pueden hacer con ellas.

También trabajaremos con números grandes y muy pequeños expresados en notación científica, como los verdaderos científicos. ¡Adelante!

Módulo III

Bloque 1

Unidad 1

Índice

1. Los números racionales	3
1.1 Representación	3
1.2 Ordenación	4
1.3 Fracciones y números decimales	5
2. Operaciones con fracciones	6
3. Potencias de números racionales	9
3.1 Operaciones con potencias	9
4. Notación científica	11
4.1 Operaciones con números expresados en notación científica	12
Glosario	13
Soluciones a los practica	15
Bibliografía	19

1. Los números racionales

Los números naturales $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ y los enteros $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ sirven para contar u ordenar elementos, pero para expresar medidas necesitamos en muchas ocasiones fraccionar la unidad, así decimos “un cuarto de hora”, “medio kg”, “tres cuartos de litro”... Estas medidas se expresan mediante fracciones.

Repaso: Aunque ya conoces los números racionales de unidades anteriores, conviene que repases lo estudiado en el Módulo I porque te será muy útil. Además, será conveniente que empieces a utilizar la calculadora, principalmente, con números grandes.

Una fracción es el cociente indicado de dos números enteros, $\frac{a}{b}$, donde el dividendo es el numerador, a , y el divisor el denominador, b , siendo $b \neq 0$.

$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ son fracciones

Si el numerador es múltiplo de denominador, la fracción representa un número entero, y cuando no lo es representa un número fraccionario.

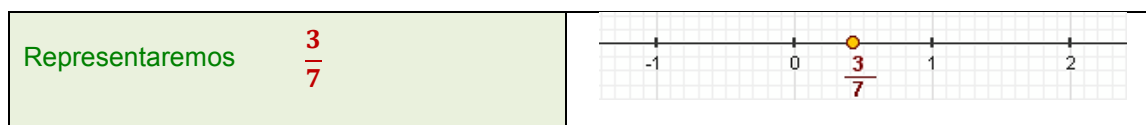
Ejemplo:

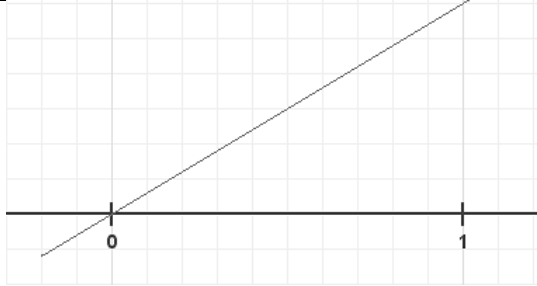
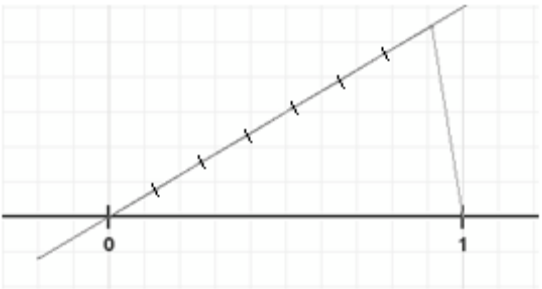
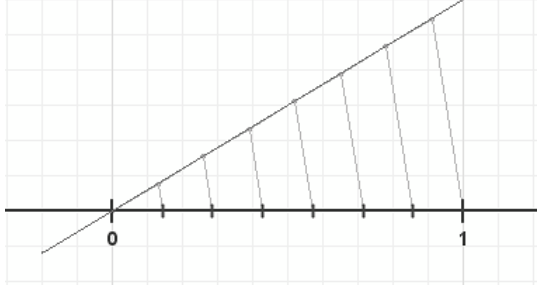
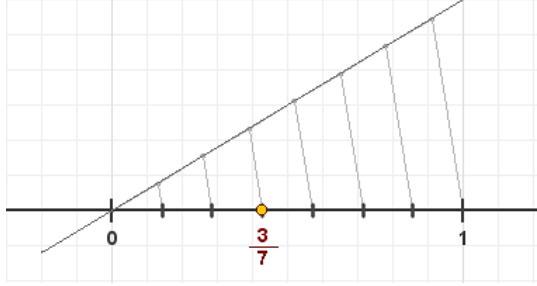
Números enteros:	$\frac{4}{2} = 2$	$\frac{-9}{3} = -3$	$\frac{6}{-2} = -3$
Números fraccionarios:	$\frac{8}{5}$	$\frac{12}{7}$	$\frac{-5}{2}$

El conjunto formado por todos los números enteros y todos los números fraccionarios es el conjunto de los **números racionales** y se designa por **Q**. Los números racionales son los que pueden ponerse en forma de fracción.

1.1 Representación

Los números fraccionarios se pueden representar en la recta junto a los números enteros. Para ello basta localizar entre qué dos números enteros sucesivos está la fracción, dividir el segmento correspondiente en tantas partes iguales como indique el denominador y seleccionar la parte correspondiente al numerador como puedes ver en la imagen siguiente.



<p>La fracción está comprendida entre 0 y 1, Así pues estará en el segmento de extremos 0, 1.</p>	
<p>Dividimos el segmento en 7 partes iguales como nos manda el denominador. Para ello, traza una recta auxiliar y marca 7 veces la misma longitud y por último, une el último punto con el 1.</p>	
<p>Traza paralelas por cada uno de los puntos marcados y verás que éstas dividen al segmento en siete partes iguales.</p>	
<p>Elige el tercer punto de corte, que es lo que nos manda el numerador y tienes representada la fracción:</p> $\frac{3}{7}$	
<p>Imágenes: Matemáticas y Tecnología, módulo 3. Gobierno de Aragón</p>	

1.2 Ordenación

Al igual que todos los números, éstos se pueden comparar y por tanto ordenar. El número que esté más a la derecha en la recta será el mayor. También se pueden comparar fracciones aritméticamente, sin recurrir a la representación gráfica. Aquí tienes cómo hacerlo:

1. Si tienen el mismo denominador basta comparar los numeradores prestando atención al signo.

Ejemplo:

$$\frac{4}{9} < \frac{5}{9} < \frac{7}{9}$$

$$\frac{-5}{9} < \frac{4}{9}$$

2. Si tienen distinto denominador es preciso reducirlas antes a común denominador.

Ejemplo:

¿Quién es mayor $\frac{4}{9}$ ó $\frac{3}{7}$?

Primero hacemos el m.c.m. de los denominadores

$$\text{m.c.m. (9, 7) = 63}$$

Reducimos a común denominador ambas fracciones

$$\frac{4}{9} = \frac{28}{63} \quad \frac{3}{7} = \frac{27}{63}$$

Comparamos los denominadores y sabremos qué fracción es mayor

$$\frac{28}{63} > \frac{27}{63} \quad \frac{4}{9} > \frac{3}{7}$$

Recordatorio:

Repasa cómo se hallaba el **mínimo común múltiplo** (m.c.m.) de varios números.

Ejemplo:

Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones:

$$\frac{-5}{10}, \frac{6}{6}, \frac{4}{12}, \frac{-1}{11}$$

Hallamos el m.c.m. de los denominadores (10, 6, 12, 11)

$$\text{m.c.m. (10, 6, 12, 11) = 660}$$

Reducimos a común denominador las fracciones

$$\frac{-5}{10} = \frac{-330}{660} \quad \frac{6}{6} = \frac{660}{660} \quad \frac{4}{12} = \frac{220}{660} \quad \frac{-1}{11} = \frac{-60}{660}$$

Comparamos los denominadores

$$-330 < -60 < 220 < 660 < 660$$

Y ya sabremos qué fracción es mayor

$$\frac{-5}{10} < \frac{-1}{11} < \frac{4}{12} < \frac{6}{6}$$

Practica:

1 Ordena de mayor a menor estas fracciones:

a) $\frac{5}{36}, \frac{7}{36}$

b) $\frac{-5}{4}, \frac{-5}{9}$

c) $\frac{10}{10}, \frac{8}{5}, \frac{12}{15}$

d) $\frac{-6}{4}, \frac{-1}{3}, \frac{3}{6}$

1.3 Fracciones y números decimales

Una **fracción**, como ya sabes, es un cociente entre números enteros, si se efectúa la división entre el numerador y el denominador se obtiene un número decimal.

Tenemos varios casos:

1. Si el **resto es 0** puede ser un **número entero** o un **decimal exacto**.

Ejemplo:

Sea la fracción $\frac{15}{4}$

Efectúo la división y obtengo un número decimal **exacto** porque el resto es cero.

$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 4} \\ 30 \\ \underline{20} \\ 0 \\ \hline 3,75 \end{array}$$

2. Si el resto **no llega** a hacerse **0** nunca, da lugar a un número con infinitas cifras decimales que se repiten periódicamente, es decir, estamos ante un **decimal periódico**, que a su vez puede ser:

a. **Periódico puro**, si el periodo empieza justo detrás de la coma.

Ejemplo:

Fíjate que el periodo son las cifras que se repiten. En el número decimal se coloca con un arco encima de las cifras que se repiten (3).

$$\frac{7}{3} = 2,3333 \dots = 2,\overline{3}$$

b. **Periódico mixto**, si antes de empezar el periodo tiene otras cifras decimales.

Ejemplo:

Ahora las cifras que se repiten vas detrás de otra decimal (1). En el número decimal se coloca con un arco encima de las cifras que se repiten (3).

$$\frac{15}{17} = 1,13333 \dots = 1,1\overline{3}$$

Recordatorio: El periodo son las cifras que se repiten y repiten. $2,555555 = 2,\overline{5}$

Practica:

2 Convierte estas fracciones en números decimales y di de qué tipo son:

a) $\frac{5}{36}$ y $\frac{7}{90}$

b) $\frac{-5}{4}$, $\frac{-5}{9}$

c) $\frac{12}{10}$ y $\frac{12}{15}$

d) $\frac{-1}{3}$, $\frac{3}{6}$

2. Operaciones con fracciones

• Suma y resta

Tenemos dos opciones:

a) Para sumar o restar fracciones con el **mismo denominador**, se suman o restan los numeradores y se mantiene el denominador.

Ejemplo:

Sumamos dos fracciones

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{4} = \frac{3+5}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

Restamos dos fracciones

$$\frac{3}{4} - \frac{5}{4} = \frac{3-5}{4} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

- b) Para sumar o restar fracciones si tienen **distinto denominador** es preciso reducir las primero a común denominador. Después, se suman o restan los numeradores y se mantiene el denominador.

Ejemplo:

Resolvamos esta suma y resta de fracciones

$$1 + \frac{7}{15} - \frac{5}{12}$$

Como ya sabes, lo primero que tenemos que hacer es el mínimo común múltiplo de los denominadores

(m.c.m. de 1, 15 y 12 = 60)

$$\frac{60}{60} + \frac{28}{60} - \frac{25}{60} = \frac{60+28-25}{60} = \frac{73}{60}$$

Practica:

3 Realiza estas operaciones:

a) $\frac{5}{36} + \frac{12}{36} + \frac{25}{36} - \frac{9}{36}$

b) $\frac{12}{5} - \frac{3}{5} - \frac{8}{5}$

c) $\frac{7}{9} + \frac{5}{4} + \frac{12}{10}$

d) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10} + \frac{7}{25} - \frac{9}{15}$

- **Multiplicar**

El resultado de multiplicar dos o más fracciones es otra fracción que tendrá por numerador el producto de los numeradores, y por denominador el producto de los denominadores.

Ejemplo:

Multiplicamos dos fracciones

$$\frac{-4}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{(-4) \cdot 3}{5 \cdot 7} = \frac{-12}{35}$$

- **Dividir**

El resultado de dividir dos fracciones es otra fracción que resultará de multiplicar la primera fracción por la inversa de la segunda.

Recordatorio: La inversa de la fracción $\frac{2}{5}$ es $\frac{5}{2}$

Ejemplo:

Dividimos dos fracciones

$$\frac{-4}{5} : \frac{3}{7} = \frac{-4}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{(-4) \cdot 7}{5 \cdot 3} = \frac{-28}{15}$$

Practica:

4 Realiza estas operaciones:

a) $\frac{5}{36} \cdot \frac{12}{10}$

b) $\frac{12}{5} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{8}{10}$

c) $\frac{7}{9} \div \frac{5}{4}$

d) $\frac{2}{5} \div \frac{-3}{10}$

Operaciones combinadas

Al efectuar operaciones combinadas hay que tener en cuenta las reglas de prioridad, que, en resumen, serían éstas:

- ✓ Se calculan los paréntesis.
- ✓ Se calculan las potencias.
- ✓ Se calculan las multiplicaciones y divisiones.
- ✓ Se calculan las sumas y restas.

Ejemplo:

Calcula el valor de

Primero resolvemos el valor del paréntesis sumando ambas fracciones.

Seguidamente hacemos la división de fracciones.

Simplificamos

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) \div \frac{5}{8} \\ & \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4} \\ & \frac{5}{4} \div \frac{5}{8} = \frac{40}{20} \\ & \frac{40}{20} = 2 \end{aligned}$$

Ejemplo:

Calcula el valor de

Primero resolvemos el valor del primer paréntesis restando ambas fracciones.

Segundo, multiplicamos el resultado obtenido por $\frac{5}{8}$

Tercero, calculamos el valor del segundo paréntesis sumando las fracciones.

Cuarto, dividimos ese resultado por 2

Por último, sumamos ambos resultados parciales.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{5}{8} + \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{5}\right) \div 2 \\ & \frac{3}{2} - \frac{1}{4} = \frac{6}{4} - \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \\ & \frac{5}{4} \cdot \frac{5}{8} = \frac{25}{32} \\ & \frac{2}{3} + \frac{2}{5} = \frac{10}{15} + \frac{6}{15} = \frac{16}{15} \\ & \frac{16}{15} \div 2 = \frac{16}{15} \cdot \frac{2}{1} = \frac{16}{30} \\ & \frac{25}{32} + \frac{16}{30} = \frac{375}{480} + \frac{256}{480} = \frac{631}{480} \end{aligned}$$

Practica:

5 Realiza estas operaciones:

a) $\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{5}{8}$

b) $\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{2}{8}\right) : \frac{5}{9}$

c) $\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{3}{4} + \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{5}\right) : \frac{1}{2}$

d) $\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4} + \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{1}{3} + \left(\frac{2}{3} : \frac{2}{5}\right) + \frac{1}{2}$

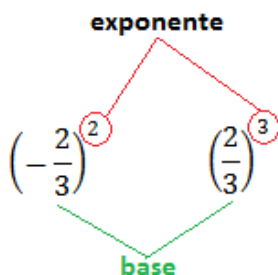
3. Potencias de números racionales

Realizar una potencia de un número racional es sencillo si recuerdas lo estudiado en la unidad de las potencias porque el proceso es el mismo.

Si la base es positiva, el resultado es positivo pero si la base es negativa el resultado depende del exponente: si es par, positivo y si es impar, negativo.

Recordatorio: Repasa qué es una potencia, el nombre de sus elementos y cómo se realizan las operaciones básicas (multiplicación, división y potenciación).

Ejemplos:



$$5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$$

$$(-5)^4 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = 625$$

$$(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$$

Ahora trasladamos esto a los números racionales y queda de la siguiente manera:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2^3}{3^3}$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{2^2}{3^2}$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{2^3}{3^3}$$

3.1 Operaciones con potencias

- **Multiplicación de potencias de números racionales**

Para multiplicar potencias de números racionales que tienen la misma base, se suman los exponentes y se coloca la misma base.

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \left(\frac{2}{3}\right)^{3+2+5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{10} = \frac{2^{10}}{3^{10}}$$

- **División de potencias de números racionales**

Para dividir potencias de números racionales que tienen la misma base, se restan los exponentes y se coloca la misma base.

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^5 : \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^{5-2} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3}$$

- **Potenciación de potencias de números racionales**

Para hacer una potencia de potencias de números racionales se multiplican los exponentes y se coloca la misma base.

Ejemplo:

$$\left(\left(\frac{2}{3}\right)^4\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{4 \cdot 3} = \frac{2^{12}}{3^{12}}$$

- **Potencias de exponente cero**

Cuando el exponente es cero, el resultado de la potencia es igual a 1.

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$$

- **Potencias de exponente negativo**

Cuando el exponente es negativo, el resultado de la potencia es igual a la inversa de potencia con el mismo exponente pero positivo.

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^5}$$

Practica:

6 Realiza estas operaciones:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 : \left(\frac{2}{3}\right)^5$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^8 : \left(\frac{2}{3}\right)^2 : \left(\frac{2}{3}\right)^5$

d) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^{-3}$

4. Notación científica

La notación científica es utilizada para abreviar la escritura de números muy grandes o muy pequeños. Al ser muy grandes o pequeños deberíamos escribir muchos ceros por lo que se haría muy tedioso y nos podríamos equivocar con mucha facilidad. Para ello se utilizan las **potencias de 10** con exponente positivo para los números grandes y con exponente negativo para los números pequeños.

Ejemplo:

Tenemos el número 32.000.000.000.000 y vamos a ponerlo en notación científica

Sabemos que: 32.000.000.000.000 es igual a $32 \cdot 1.000.000.000.000$
y $1.000.000.000.000 = 10^{12}$
por tanto, nos queda como $32 \cdot 10^{12}$
 $32.000.000.000.000 = 32 \cdot 10^{12}$

Ejemplo:

Tenemos el número 0,000.000.000.000.032 y vamos a ponerlo en notación científica

Sabemos que: 0,000.000.000.000.032 es igual a $32 \cdot 0,000.000.000.000.001$
y $0,000.000.000.000.001 = 10^{-15}$
por tanto, nos queda como $32 \cdot 10^{-15}$
 $0,000.000.000.000.032 = 32 \cdot 10^{-15}$

Un número en **notación científica** consta de:

- La parte entera formada por una cifra que no es el cero.
- El resto de cifras significativas van colocadas en la parte decimal
- Una potencia de base 10 con exponente positivo o negativo según sea el número.

Veamos algunos casos para una mejor comprensión:

Ejemplo:

La distancia entre la Tierra y el Sol es de **150.000.000.000** de metros. Pongámoslo en notación científica

Hay que dejar una sola cifra entera, así que $1,5 \cdot 100.000.000.000$
y $100.000.000.000 = 10^{11}$
por tanto, nos queda como $1,5 \cdot 10^{11}$
 $150.000.000.000 = 1,5 \cdot 10^{11}$

Atajo: si el número es muy grande, cuenta las cifras existentes excepto la primera y ese número será el exponente de la potencia de 10.

11 cifras
150.000.000.000

$1,5 \cdot 10^{11}$

Ejemplo:

El tamaño del radio de un átomo es de 0,000.000.000.1 metros. Pongámoslo en notación científica

Hay que dejar una sola cifra entera, así que

y

por tanto, nos queda como

$$1 \cdot 0,000.000.000.1$$

$$0,000.000.000.1 = 10^{-10}$$

$$1 \cdot 10^{-10}$$

$$0,000.000.000.1 = 1 \cdot 10^{-10}$$

Atajo: si el número es muy pequeño, cuenta las cifras existentes desde la coma hasta la primera cifra distinta de cero incluida, y ése número será el exponente de la potencia de 10 con signo negativo.

$$0, \overbrace{000.000.000.1}^{10 \text{ cifras}}$$

$$1 \cdot 10^{-10}$$

$$0, \overbrace{000.000.143}^{7 \text{ cifras}}$$

$$1,43 \cdot 10^{-7}$$

4.1. Operaciones con números expresados en notación científica

Para operar con números en notación científica hay que tener en cuenta que el número consta de las dos partes que ya sabemos: la expresión decimal y la potencia de 10. Vamos a ver cómo se hacen las dos operaciones matemáticas más habituales: multiplicar y dividir.

- **Multiplicación de números en notación científica**

Se multiplica la parte decimal entre sí y después se halla la potencia resultante de multiplicar las potencias de 10. En caso de ser necesario, modificaremos la parte decimal para conseguir que ésta sea siempre una cifra.

Ejemplo:

Multipiquemos $(3,04 \cdot 10^8) \cdot (5,2 \cdot 10^7)$

Multipicamos la parte decimal entre sí

Hacemos la multiplicación de las potencias de 10

Por tanto, nos queda como

En notación científica ha de tener una sola cifra entera, así que movemos la coma un lugar a la izquierda con lo que tendremos una unidad más en el exponente

$$3,04 \cdot 5,2 = 15,808$$

$$10^8 \cdot 10^7 = 10^{8+7} = 10^{15}$$

$$15,808 \cdot 10^{15}$$

$$1,5808 \cdot 10^{16}$$

- **División de números en notación científica**

Se divide la parte decimal entre sí y después se halla la potencia resultante de multiplicar las potencias de 10. En caso de ser necesario, modificaremos la parte decimal para conseguir que ésta sea siempre una cifra.

Ejemplo:

Dividamos $(1,224 \cdot 10^8) : (3,4 \cdot 10^4)$

Dividimos la parte decimal entre sí
Hacemos la división de las potencias de 10
Por tanto, nos queda como
En notación científica ha de tener una sola cifra entera, así que movemos la coma un lugar a la derecha con lo que tendremos una unidad menos en el exponente

$$\begin{aligned}1,224:3,4 &= 0,36 \\ 10^8:10^4 &= 10^{8-4} = 10^4 \\ 0,36 \cdot 10^4 & \\ 3,6 \cdot 10^3 &\end{aligned}$$

Practica:

7 Pon en notación científica y resuelve en el caso que sea necesario:

- a) 2.435.360.000.000.000 b) 0,000.000.000.000.015
c) $(1,84 \cdot 10^{15}) \cdot (5,75 \cdot 10^7)$ d) $(3,55 \cdot 10^{12}) : (7,1 \cdot 10^7)$

Glosario

Números racionales: El conjunto formado por todos los números enteros y todos los números fraccionarios.

Número decimal exacto: es aquel que tiene finitas cifras decimales.

Número decimal periódico puro: es aquel en el que el periodo comienza después de la coma.

Número decimal periódico mixto: es aquel que tiene otras cifras decimales justo antes del periodo.

Notación científica: es una forma de expresar un número muy grande o muy pequeño. Consta de dos partes: una decimal y otra en forma de potencia de base 10.

Actividades

Actividad 1

¿Cuál de estas fracciones es la mayor? ¿Y la menor?

$$\frac{2}{5}, \frac{3}{6}, \frac{4}{7}, \frac{5}{9}$$

Actividad 2

Calcula la fracción respecto del año de:

- a) 8 meses
b) Un trimestre
c) 90 días
d) Medio año

Actividad 3

Representa gráficamente las siguientes fracciones:

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{7}$$

Actividad 4

La capacidad de una botella de refresco es de 20 centilitros. Exprésalo en forma de fracción. Si a esa cantidad le añadimos 30 cl, ¿qué parte del litro tendremos?

Actividad 5

Efectúa estas operaciones:

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{10} + \frac{7}{15} - \frac{19}{30}$$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{3} : \frac{5}{2}$$

Actividad 6

Resuelve:

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right) : \frac{8}{3}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{9}{2} - \frac{3}{4} + \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{4}{3} : \frac{2}{5}\right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$$

Actividad 7

El presupuesto anual de una comunidad de vecinos es de 6.000€. De ellos, destinan la tercera parte a limpieza de la escalera, la sexta parte a pagar la electricidad, dos novenos, a gastos de administración y el resto para acometer una pequeña obra en la fachada.

¿Qué fracción del presupuesto se lleva este arreglo de la fachada?

¿Cuál es el importe de cada partida?

Actividad 8

¿Cuánto es la tercera parte de la mitad de 600€?

¿Y cuántos gramos serán cuarto y mitad de cuarto de carne para el cocido?

Actividad 9



Imagen: INTEF

Me he encontrado un billete como el de la imagen. Con las dos quintas partes puedo pagar la deuda que tengo con mi hermano. Del resto, con la tercera parte me compré un reloj de los que se llevan ahora de correa de plástico, ¿cuánto me queda aún?

Actividad 10

Realiza estas operaciones:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^9 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^{10}$$

$$\left(\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6\right)^{-3}$$

$$\frac{\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4\right)^3}{\left(\left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^5\right)^{-3}}$$

Actividad 11

El agua al congelarse aumenta su volumen en $\frac{1}{10}$, ¿qué volumen en dm^3 ocuparan 500 litros de agua después de congelada? NOTA: $1\text{l} = 1\text{dm}^3$

Actividad 12

Escribe en notación científica:

$$26.3000.000.000.000.000 =$$

$$3.000.000 =$$

$$0,000.000.000.000.256 =$$

$$0,002.025 =$$

Actividad 13

Resuelve:

$$(0,4 \cdot 10^{10}) \cdot (9,75 \cdot 10^{12})$$

$$(8,5 \cdot 10^{10}) : (7 \cdot 10^5)$$

Actividad 14

La velocidad de la luz es de 300.000 km/sg aproximadamente. Expresa esta velocidad en notación científica de m/sg .

Y ahora calcula:

- La distancia que recorre en un año.
- ¿Cuánto tarda en llegar la luz del Sol a Júpiter? NOTA: distancia del Sol a Júpiter: $7,78 \cdot 10^8 \text{ km}$

Soluciones a los practica

Practica 1

a)

$$\frac{7}{36} > \frac{5}{36}$$

b)

$$\frac{-5}{4} = \frac{-45}{36}, \quad \frac{-5}{9} = \frac{-20}{36}$$

$$\frac{-5}{9} > \frac{-5}{4}$$

c) m.c.m (5, 10 y 15) = 30	d) m.c.m (4, 3 y 6) = 12
$\frac{10}{10} = \frac{30}{30}$, $\frac{8}{5} = \frac{48}{30}$, $\frac{12}{15} = \frac{24}{30}$	$\frac{-6}{4} = \frac{-18}{12}$, $\frac{-1}{3} = \frac{-4}{12}$, $\frac{3}{6} = \frac{6}{12}$
$\frac{8}{5} > \frac{10}{10} > \frac{12}{15}$	$\frac{3}{6} > \frac{-1}{3} > \frac{-6}{4}$

Practica 2

a)	$\frac{5}{36} = 0,138888888 \dots = 0,13\hat{8}$	Número decimal periódico mixto
	$\frac{7}{90} = 0,077777777 \dots = 0,0\hat{7}$	
b)	$\frac{-5}{4} = -1,25$	Número decimal exacto
	$\frac{-5}{9} = 0,555555555 \dots = 0,5\hat{5}$	Número decimal periódico puro
c)	$\frac{12}{10} = 1,2$	Número decimal exacto
	$\frac{12}{15} = 0,8$	Número decimal exacto
d)	$\frac{-1}{3} = -0,333333333 \dots = -0,3\hat{3}$	Número decimal periódico puro
	$\frac{3}{6} = 0,5$	Número decimal exacto

Practica 3

a)	Como los denominadores son iguales sumamos y restamos los numeradores.	$\frac{5}{36} + \frac{12}{36} + \frac{25}{36} - \frac{9}{36}$
		$\frac{5}{36} + \frac{12}{36} + \frac{25}{36} - \frac{9}{36} = \frac{33}{36}$
b)	Como los denominadores son iguales restamos los numeradores.	$\frac{12}{5} - \frac{3}{5} - \frac{8}{5} = \frac{1}{5}$
c)	Lo primero que hacemos es reducir a común denominador. Para ello calculamos el m.c.m. de los denominadores Colocamos las fracciones equivalentes a las primitivas de denominador 180 y sumamos	$\frac{7}{9} + \frac{5}{4} + \frac{12}{10}$ $m.c.m.(9, 4 y 10) = 180$ $\frac{140}{180} + \frac{225}{180} + \frac{216}{180} = \frac{581}{180}$
d)	Lo primero que hacemos es reducir a común denominador. Para ello calculamos el m.c.m. de los denominadores	$\frac{2}{5} + \frac{3}{10} + \frac{7}{25} - \frac{9}{15}$ $m.c.m.(5, 10, 25 y 15) = 150$

Colocamos las fracciones equivalentes a las primitivas de denominador 150 y resolvemos

$$\frac{60}{150} + \frac{45}{150} + \frac{42}{150} - \frac{90}{150} = \frac{57}{150}$$

Simplificamos

$$\frac{57}{150} = \frac{19}{50}$$

Practica 4

a) $\frac{5}{36} \cdot \frac{12}{10} = \frac{60}{360} = \frac{1}{6}$

b) $\frac{12}{5} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{8}{10} = \frac{288}{100} = \frac{72}{25}$

c) $\frac{7}{9} : \frac{5}{4} = \frac{28}{45}$

d) $\frac{2}{5} : \frac{-3}{10} = \frac{20}{-15} = \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3}$

Practica 5

a) Lo primero es resolver el paréntesis.
Hallamos el m.c.m. de los denominadores del paréntesis
Resolvemos
Y ahora multiplicamos por la fracción que nos queda

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{5}{8}$$

$$m.c.m.(2 \text{ y } 4) = 4$$

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{5}{4} \cdot \frac{5}{8} = \frac{25}{32}$$

b) Lo primero es resolver el paréntesis.
Hallamos el m.c.m. de los denominadores del paréntesis
Resolvemos
Y ahora dividimos por la fracción que nos queda

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{2}{8}\right) : \frac{5}{9}$$

$$m.c.m.(2, 4 \text{ y } 8) = 8$$

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{2}{8} = \frac{4}{8} + \frac{6}{8} - \frac{2}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

$$\frac{8}{8} : \frac{5}{9} = \frac{72}{40} = \frac{9}{5}$$

c) Lo primero es resolver el primer paréntesis.
Hallamos el m.c.m. de los denominadores del paréntesis
Resolvemos
Y ahora multiplicamos por la fracción que acompaña al paréntesis
Ahora vamos a por el segundo paréntesis

$$\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{3}{4} + \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{5}\right) : \frac{1}{2}$$

$$m.c.m.(2 \text{ y } 4) = 4$$

$$\frac{3}{2} + \frac{1}{4} = \frac{6}{4} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{7}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{21}{16}$$

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{2}{5}\right)$$

Hallamos el m.c.m. de los denominadores del paréntesis

$$m.c.m.(3 \text{ y } 5) = 15$$

Resolvemos

$$\frac{10}{15} + \frac{6}{15} = \frac{16}{15}$$

Y ahora dividimos por la fracción que acompaña al paréntesis

$$\frac{16}{15} : \frac{1}{2} = \frac{32}{15}$$

Y por último, sumamos ambos resultados parciales

$$\frac{21}{16} + \frac{32}{15}$$

Hallamos el m.c.m. de los denominadores

$$m.c.m.(16 \text{ y } 15) = 240$$

Resolvemos

$$\frac{21}{16} + \frac{32}{15} = \frac{315}{240} + \frac{512}{240} = \frac{827}{240}$$

d) Lo primero es resolver el primer paréntesis.

$$\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4} + \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{1}{3} + \left(\frac{2}{3} : \frac{2}{5}\right) + \frac{1}{2}$$

Hallamos el m.c.m. de los denominadores del paréntesis

$$m.c.m.(2, 4 \text{ y } 6) = 240$$

Resolvemos

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{4} + \frac{5}{6} = \frac{18}{24} - \frac{3}{24} + \frac{10}{24} = \frac{25}{12}$$

Y ahora multiplicamos por la fracción que acompaña al paréntesis

$$\frac{25}{12} \cdot \frac{1}{3} = \frac{25}{36}$$

Ahora vamos a por el segundo paréntesis

$$\left(\frac{2}{3} : \frac{2}{5}\right)$$

Dividimos las fracciones

$$\frac{2}{3} : \frac{2}{5} = \frac{10}{6}$$

Y por último hacemos la suma de todos los resultados parciales

$$\frac{25}{36} + \frac{10}{6} + \frac{1}{2} = \frac{25}{36} + \frac{60}{36} + \frac{18}{36} = \frac{103}{36}$$

Resultado final

$$\frac{103}{36}$$

Practica 6

a)
$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^2}{3^2} \cdot \frac{2^3}{3^3} \cdot \frac{2^5}{3^5} = \frac{2^{2+3+5}}{3^{2+3+5}} = \frac{2^{10}}{3^{10}}$$

b)
$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 : \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^3}{3^3} \cdot \frac{2^2}{3^2} : \frac{2^5}{3^5} = \frac{2^{3+2-5}}{3^{3+2-5}} = \frac{2^0}{3^0} = \frac{1}{1} = 1$$

c)
$$\left(\frac{2}{3}\right)^8 : \left(\frac{2}{3}\right)^2 : \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^8}{3^8} : \frac{2^2}{3^2} : \frac{2^5}{3^5} = \frac{2^{8-2-5}}{3^{8-2-5}} = \frac{2^1}{3^1} = \frac{2}{3}$$

d)

$$\left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^{-3} = \frac{2^{3 \cdot (-3)}}{3^{3 \cdot (-3)}} = \frac{2^{-9}}{3^{-9}} = \frac{1}{2^9} = \frac{1}{2^9} : \frac{1}{3^9} = \frac{3^9}{2^9}$$

Practica 7

a)

$$2.435.360.000.000.000 = 2,43236 \cdot 10^{15}$$

b)

$$0,000.000.000.000.015 = 1,5 \cdot 10^{-14}$$

c)

$$(1,84 \cdot 10^{15}) \cdot (5,75 \cdot 10^7) = 1,84 \cdot 5,75 \cdot 10^{15+7} = 10,58 \cdot 10^{22} = \mathbf{1,058 \cdot 10^{23}}$$

d)

$$(3,55 \cdot 10^{12}) : (7,1 \cdot 10^7) = 3,55 : 7,1 \cdot 10^{12-7} = 0,5 \cdot 10^5$$

Bibliografía

- Gobierno de Aragón. Matemáticas y Tecnología, módulo 3. Educación Secundaria para Personas Adultas. España. Gobierno de Aragón. 2011. 134 p.
- Web: <http://recursostic.educacion.es/bancoimagenes/web/> INTEF (Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y Formación del Profesorado).
- Web: <http://www.cidead.es/> Centro para la Innovación y Desarrollo de la Educación a Distancia. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Madrid.
- Web <http://www.vitutor.com>