

Siempre se ha dicho que las ecuaciones son muy difíciles. Casi con pronunciar su nombre ya da miedo. Pues no, verás que no es así. Realmente todo es más fácil de lo que parece. Además, en la unidad anterior ya has empezado a usar el lenguaje algebraico por lo que ahora todo te resultará más sencillo, ¡seguro! Las ecuaciones son una herramienta fundamental en la resolución de muchos problemas y situaciones matemáticas que se te pueden plantear en la vida diaria, así que no lo dudes más y ... ¡Adelante!

Módulo III

Bloque 3
Unidad 4

Índice

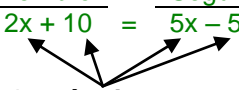
1. ¿Qué es una ecuación?	3
Ecuaciones e identidades	3
2. Ecuaciones de primer grado	4
2.1 Resolver una ecuación de primer grado	4
2.2 Resolver sencillos problemas de ecuaciones de primer grado.....	7
Glosario	11
Actividades	11
Soluciones a los practica	12
Bibliografía	14

1. ¿Qué es una ecuación?

La respuesta a esta pregunta sería: una ecuación es una **igualdad** entre dos expresiones algebraicas; por tanto, ha de tener siempre el signo $=$. Y que, además, se cumple para algunos valores de las letras.

Esto es una ecuación: $9x + 12 = 30$ y esta es otra: $2x + 10 = 5x - 5$

Una ecuación consta de dos **miembros** separados por el signo $=$.

$$\begin{array}{c} \text{Primer miembro} \\ \hline 9x + 12 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c} \text{Segundo miembro} \\ \hline 30 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{c} \text{Primer miembro} \\ \hline 2x + 10 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c} \text{Segundo miembro} \\ \hline 5x - 5 \\ \hline \end{array}$$


Y dentro de cada miembro habrá uno o varios **términos**.

A la letra (número que andamos buscando) la llamamos **incógnita**. En nuestras ecuaciones la incógnita es la **x**.

Ecuaciones e identidades

Cuando estamos ante expresiones algebraicas separadas por el signo $=$ hablamos de igualdades algebraicas en términos generales. Existen dos tipos de igualdades algebraicas: las **ecuaciones** y las **identidades**.

Una ecuación es una igualdad algebraica que tiene finitas soluciones.

Ejemplo:

Sea la igualdad	$3x + 2 = 11$
Sólo se cumple para el valor $x = 3$	$3 \cdot 3 + 2 = 11$
	$9 + 2 = 11$
	$11 = 11$

Es una ecuación porque solo $x = 3$

Una identidad es una igualdad algebraica que tiene infinitas soluciones.

Ejemplo:

Sea la igualdad	$2 \cdot (x + 4) = 2x + 8$
Se cumple para el valor $x = 3$	$2 \cdot (3 + 4) = 2 \cdot 3 + 8$
	$2 \cdot 7 = 6 + 8$
	$14 = 14$

También para el valor $x = 5$	$2 \cdot (x + 4) = 2x + 8$
	$2 \cdot (5 + 4) = 2 \cdot 5 + 8$
	$2 \cdot 9 = 10 + 8$
	$18 = 18$

Puedes probar otro valor si quieres, la igualdad siempre se cumple

Por tanto, tiene infinitas soluciones, es una identidad.

Practica:

1 Di si son ecuaciones o identidades estas igualdades algebraicas:

a) $x + 5 = 9$

b) $2x + 3 = 12 - x$

c) $3(3 - x) = 9 - x$

d) $10x + 10 = 3x + 7x + 7 + 3$

2. Ecuaciones de primer grado

Antes de comenzar, debemos saber qué es el grado de una ecuación porque en esta unidad vamos a tratar tan solo de las de primer grado.

El **grado** de una ecuación coincide con el exponente más alto al que está elevada la incógnita. Diremos que la ecuación es de primer grado cuando la incógnita tiene exponente 1; de segundo grado, si tiene exponente 2, y así sucesivamente.

Ejemplos:

$5x + 3 = 2x + 10$

Ecuación de **primer** grado

$5x + 3 = 2x^2 + 10$

Ecuación de **segundo** grado

$5x^3 + 3 = 2x^2 + 10$

Ecuación de **tercer** grado

$5x^2 + 3 = 2x^4 + 3x^2 + 10$

Ecuación de **cuarto** grado

2.1 Resolver una ecuación de primer grado

Resolver una ecuación de primer grado es hallar el valor de la incógnita (x). No es difícil pero debemos seguir unos sencillos pasos para no equivocarnos.

Ejemplo:

Sea la ecuación

- 1.- Colocaremos todas las incógnitas en un miembro y todos los números en el otro. Cuando las incógnitas o los números cambien de miembro, también cambian de signo.
- 2.- Realizamos las operaciones correspondientes.
- 3.- Si la incógnita está multiplicada por un número, éste pasará al otro miembro dividiendo. Si la división es exacta, se coloca el resultado y en caso contrario, se deja en forma de fracción.
- 4.- Resultado

$5x - 4 = 2x + 8$

$5x - 2x = 8 + 4$

$3x = 12$

$x = \frac{12}{3} = 4$

$x = 4$

Ejemplo:

Sea la ecuación:

- 1.- Colocaremos todas las incógnitas en un miembro y todos los números en el otro. Cuando las incógnitas o los números cambien de miembro, también cambian de signo.

$2x - 17 = -14x$

$2x + 14x = +17$

3.- Si la incógnita está multiplicada por un número, éste pasará al otro miembro dividiendo. Si la división es exacta, se coloca el resultado y en caso contrario, se deja en forma de fracción.

$$x = \frac{36}{3}$$

4.- Resultado

$$x = 12$$

Practica:

3 Resuelve estas sencillas ecuaciones de primer grado con paréntesis:

a) $5(x + 1) = 20$

b) $4(x + 5) = 2(10 - x) + 12$

c) $3(x + 8) - x = 9 - 3(x + 3)$

d) $10x + 2(x - 20) = 3x$

• **Resolver ecuaciones con fracciones.**

Si las anteriores no te han parecido difíciles, éstas tampoco lo son, Eso sí, requieren un poco más de cuidado para no equivocarnos a la hora de ir despejándola poco a poco.

Vamos a hacer unos ejemplos explicándolos muy despacio para que lo entiendas bien y rápidamente.

Recordatorio:

Repasa todo lo relativo a la suma, resta, multiplicación y división de fracciones. Te será muy útil ahora.

Ejemplo:

Sea la ecuación:

- 1.- Tiene de denominadores 4 y 3. Tenemos que reducir ambas fracciones a común denominador. Hallamos el m.c.m.(4 y 3) = 12, que será el denominador común.
- 2.- Calculemos los denominadores. El denominador común (12) se divide por el denominador antiguo (12 : 4 = 3) y el resultado se multiplica por el denominador antiguo 3 • x = 3x Y así, la otra fracción.
- 3.- Eliminamos los denominadores.
- 4.- Ahora es una ecuación de primer grado con paréntesis. Resolvemos como lo hacíamos antes.
- 5.- Continuamos resolviendo
- 6.- Hacemos las operaciones correspondientes
- 7.- Si la incógnita está multiplicada por un número, éste pasará al otro miembro dividiendo. Resolvemos
- 8.- El resultado es

$$\frac{x}{4} = \frac{x - 2}{3}$$

$$\frac{\quad}{12} = \frac{\quad}{12}$$

$$\frac{3x}{12} = \frac{4(x - 2)}{12}$$

$$3x = 4x - 8$$

$$3x = 4x - 8$$

$$3x - 4x = -8$$

$$-1x = -8$$

$$x = \frac{-8}{-1}$$

$$x = 8$$

Ejemplo:

Sea la ecuación:

$$\frac{x}{2} + \frac{2x}{5} = 3$$

- 1.- Tiene de denominadores 2, 5 y 1 (por el 3). Tenemos que reducir las fracciones a común denominador. Hallamos el m.c.m. (2, 5 y 1) = 10, que será el denominador común.
- 2.- Calculemos los denominadores. El denominador común (10) se divide por el denominador antiguo (10 : 2 = 5) y el resultado se multiplica por el denominador antiguo 5 • x = 5x Y así, las otras fracciones.
- 3.- Eliminamos los denominadores.
- 4.- Ahora es una ecuación de primer grado. Resolvemos como lo hacíamos antes.
- 5.- Si la incógnita está multiplicada por un número, éste pasará al otro miembro dividiendo. Resolvemos y simplificamos.
- 6.- El resultado es

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{2}{10}$$

$$\frac{5x}{10} + \frac{2 \cdot 2x}{10} = \frac{10 \cdot 3}{10}$$

$$5x + 4x = 30$$

$$9x = 30$$

$$x = \frac{30}{9}$$

$$x = \frac{10}{3}$$

Practica:

4 Resuelve estas sencillas ecuaciones de primer grado con fracciones:

a) $\frac{6x}{5} = 12$

b) $\frac{5x}{2} = x + 3$

c) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 5$

d) $\frac{x+1}{2} + \frac{x-2}{4} = 1$

e) $\frac{2x}{3} = 5 - \frac{x}{5}$

f) $\frac{2(x-1)}{3} = 2x - \frac{1}{2} + 3(x - \frac{1}{4})$
 PLS sept .2011

2.2 Resolver sencillos problemas de ecuaciones de primer grado

Ha llegado la parte quizás, un poco más compleja de las ecuaciones y no es porque sea difícil, sino porque tenemos que saber “traducir” el lenguaje escrito de un problema al lenguaje algebraico. La resolución posterior es muy sencilla porque las ecuaciones resultantes suelen ser básicas.

Vamos a seguir unos breves pasos a la hora de resolver un problema mediante una ecuación.

1. Lee el problema despacio y con atención. Si hace falta dos veces, pues dos veces.
2. Comprende el enunciado identificando los datos conocidos, los desconocidos y por lo que se pregunta.
3. Decide a qué dato desconocido vas a asignarle la incógnita (x).
4. Traduce el lenguaje del problema a lenguaje algebraico. Plantea la ecuación



Imagen 1. Incógnita

5. Resuelve la ecuación.
6. Comprueba que el resultado es correcto.

Qué te parece si antes de ver algún ejercicio resuelto practicamos la traducción a lenguaje algebraico de texto escrito para que te vayas acostumbrando a ello.

Ejemplo:

El doble de un número	$2x$
La tercera parte de un número	$\frac{x}{3}$
Un número menos veinte	$x - 20$
La suma de dos números pares	$x + x + 2$
El triple de un número más su mitad	$3x + \frac{x}{2}$
El quíntuplo de un número menos 10	$\frac{x}{5} - 10$
El 80% de un número	$\frac{80 \cdot x}{100}$

No ha sido tan difícil, ¿verdad? Practica un poco.

Practica:

5 Escribe en forma de lenguaje algebraico estas expresiones:

- | | |
|---|---|
| a) El triple de un número | b) La cuarta parte de un número |
| c) La suma de dos números impares | d) El doble de un número más veinte |
| e) La mitad de un número menos su doble | f) La suma de tres números consecutivos |

Ahora vamos a ver algunos ejercicios resueltos de problemas de ecuaciones de primer grado. Fíjate bien.

Ejemplo:

“El doble de un número más el triple del mismo número es igual a 35. ¿De qué número se trata?”

- 1.- Leemos el problema con atención y lo comprendemos
- 2.- Datos conocidos: doble y triple de un número. La suma de ambos es 35
- 3.- La incógnita (x) será el número desconocido
- 4.- Traducimos al lenguaje algebraico: doble ($2x$) y triple ($3x$).
Planteamos la ecuación

$x =$ número buscado

$$2x + 3x = 35$$

5.- Resolvemos

Respuesta: el número es **7**.

6.- Comprobamos que es la solución correcta

$$5x = 35$$

$$x = \frac{35}{5}$$

$$x = 7$$

$$2 \cdot 7 + 3 \cdot 7 = 35$$

$$14 + 21 = 35$$

$$35 = 35$$

Ejemplo:

“Una persona consigue ahorrar 150€ más que otra en un mes. Si entre ambas han conseguido tener 250€. ¿Cuánto ha ahorrado cada una de ellas?”

1.- Leemos el problema con atención y lo comprendemos

2.- Datos conocidos: dos personas. Uno ahorra 150€ más que la otra y entre ambas tienen 250€

3.- La incógnita (x) será la cantidad ahorrada menor.

4.- Traducimos al lenguaje algebraico: una cantidad ahorrada (x) y otra con 150€ más (x + 150) es el ahorro total (250).

5.- Resolvemos

Respuesta: la menor cantidad ahorrada es **50**.

La mayor cantidad ahorrada es 200

6.- Comprobamos que es la solución correcta

x = número buscado

$$x + x + 150 = 250$$

$$x + x = 250 - 150$$

$$2x = 100$$

$$x = \frac{100}{2} = 50$$

$$50 + 150 = 200$$

$$50 + 50 + 150 = 250$$

$$250 = 250$$

Practica:

6 Resuelve estos sencillos problemas:

- El doble de un número menos 8 es 16. ¿De qué número se trata?
- Un campo de baloncesto mide el doble de largo que de ancho. ¿Qué medidas tendrán sus lados si el perímetro es de 78 m.?
- Si la tercera parte de un número más la cuarta parte del mismo número es 35. ¿De qué número se trata?
- La suma de dos números consecutivos es 257. ¿Qué números son?

- **Problemas de edades**

Muchas veces nos plantean acertijos con las edades de los componentes de una familia. Tras darle vueltas y vueltas a la cabeza para intentar llegar a la solución, al final lo conseguimos o por el contrario nos rendimos.



Imagen 2. Problemas de edades. INTEF

Pues bien, con las ecuaciones de primer grado se resuelven muy bien y de forma sencilla. Ahora que ya tienes un poco de experiencia en las ecuaciones, esto nos va a resultar fácil. Hagamos un ejemplo.

Ejemplo:

“Hoy en día un padre tiene 20 años más que su hija. Dentro de 10 años, el padre tendrá el doble de edad que la hija. ¿Cuál es la edad del padre y de la hija?”

- 1.- Leemos el problema con atención y lo comprendemos
- 2.- Datos conocidos: dos personas. El padre tiene hoy 20 años más que la hija y dentro de 10 años, la edad será el doble.
- 3.- Los problemas de edades se resuelven estupendamente con un cuadro resumen. Veamos.

4.- La incógnita (x) será la edad menor. Empezamos en la actualidad, así por tanto la hija tiene (x) y el padre (20 + x)

5.- Dentro de 10 años, la hija tendrá (x + 10) y el padre (20 + x + 10) porque el tiempo pasa para los dos. Pero también dentro de 10 años, la edad del padre será el **doble** de la de la hija.

6.- Y ya tenemos la ecuación planteada y resolvemos

7.- Resolvemos

Respuesta: la hija tiene **10 años** y el padre, **30**

8.- Comprobamos que es la solución correcta

	Padre	Hija
Hoy	$20 + x$	x
Dentro de 10 años	$20 + x + 10$	$x + 10$
Dentro de 10 años	$20 + x + 10 = 2x + 10$	

$$30 + x = 2x + 20$$

$$x - 2x = 20 - 30$$

$$-1x = -10$$

$$x = \frac{-10}{-1}$$

$$x = 10$$

Padre	Hija
-------	------

Hoy	$20 + 10 = 30$	10
Dentro de 10 años	$30 + 10 = 40$	$10 + 10 = 20$

Y la edad del padre (40 años) es el doble de la de la hija (20 años).

Practica:

7 Resuelve estos sencillos problemas:

- ¿Qué edad tiene Rosa sabiendo que dentro de 56 años tendrá el quíntuplo de su edad actual?
- La suma de las edades de tres hijos es igual a la edad de su madre. Si la madre tiene 48 años, y cada uno de los hijos tiene 2 años más que el anterior, ¿cuáles son sus edades?
- Las edades de Juan, Carmela y Rosa suman 39 años. Carmela tiene cinco años menos que Juan y dos más que Rosa. ¿Cuál es la edad de cada uno?
- Un padre tiene 47 años y su hijo, 11. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del padre sea triple que la del hijo?

Glosario

Ecuación: es una igualdad entre dos expresiones algebraicas.

Identidad: es una igualdad algebraica que tiene infinitas soluciones.

Grado: el grado de una ecuación coincide con el exponente más alto al que está elevada la incógnita.

Actividades

1. Resuelve:

a) $3x - 10 = 16 + x$ b) $3x - 10 = 8x - 30$ c) $5 - 5x = 5 + 5x$ d) $5 - 5x = 10 - 5x$

2. Resuelve:

a) $3x - 2(x+3) = x - 3(x+1)$ b) $2x + 8 - 2(x + 1) = 3(x + 3)$
c) $2(x - 3) + 1 = 3(x - 1) - (2 + x)$

3. Resuelve:

a) $\frac{3x}{4} + 12 = \frac{x}{2} + 20$ b) $\frac{3x}{15} - x = \frac{-3x}{3} + \frac{9}{5}$

4. Busca las soluciones a estos problemas

- Si al doble de un número se le resta su mitad resulta 54. ¿Cuál es el número?

- b) Busca tres números consecutivos cuya suma sea 78
- c) Un rectángulo tiene de base 5 cm más que de altura. Sabiendo que su perímetro es de 50 cm, calcula las dimensiones del rectángulo.
- d) Un padre de 43 años tiene dos hijos de 9 y 11 años. ¿Cuántos años han de transcurrir para que entre los dos hijos igualen la edad del padre?
- e) He pagado 10 € por dos bolígrafos, un cuaderno y una carpeta. Si el precio de la carpeta es 5 veces el del cuaderno y éste cuesta 1€ más que el bolígrafo, ¿cuál es el precio de cada artículo?
- f) Roberto tiene 18 años más que Felipe y hace tres años tenía el doble. Calcula las edades de cada uno
- g) Reparte 175€ entre dos personas de manera que la parte de la primera sea $\frac{2}{5}$ de la parte de la segunda.
- h) ¿Cómo repartirías 9797€ entre 4 personas, Marta, Javier, Elisa y Carlos, si Javier recibe la mitad que Marta, Elisa un tercio que Javier, y Carlos la décima parte que Elisa?
- i) En una reunión hay doble número de mujeres que de hombres y triple número de niños que de hombres y mujeres juntos. ¿Cuántos hombres, mujeres y niños hay si la reunión la componen 96 personas?

Soluciones a los practica

Practica 1

- a) $x = 4$
- b) $x = 3$
- c) *Identidad*
- d) *Identidad*

Practica 2

- a) $x = 8$
- b) $x = 1$
- c) $x = \frac{4}{5}$
- d) $x = -3$

Practica 3

- a) $x = 3$
- b) $x = 2$
- c) $x = \frac{-24}{5}$
- d) $x = \frac{40}{9}$

Practica 4

- a) $x = 10$
- b) $x = 2$
- c) $x = 6$
- d) $x = \frac{4}{3}$
- e) $x = \frac{75}{13}$
- f) $x = 5$

Practica 5

- a) $3x$
- b) $\frac{x}{4}$

c) $x + x + 2$

d) $2x + 20$

e) $\frac{x}{2} - 2x$

f) $x + x + 1 + x + 2$

Practica 6

a) $2x - 8 = 16$ $x = 12$

b) $x + x + 2x + 2x = 78$ $x = 13$ m. ancho y 26 m. el largo

c) $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 35$ $x = 60$

d) $x + x + 1 = 257$ $x = 128$ y el siguiente es 129

Practica 7

a)

1.- La incógnita (x) será la edad menor. Empezamos en la actualidad, así por tanto Rosa tiene (x)

2.- Dentro de 56 años, la edad de Rosa será cinco veces mayor que la de ahora.

3- Y ya tenemos la ecuación

4.- Resolvemos

	Hoy	Dentro de 56 años
Rosa	x	x + 56
Dentro de 56 años ocurrirá que	$x + 56 = 5x$	

$x - 5x = - 56$

$x = \frac{-56}{-4}$

Respuesta:

$x = 14$

b)

1.- La incógnita (x) será la edad del hijo menor. El siguiente dos años más (x + 2) y el siguiente (x + 4)

3- Y ya tenemos la ecuación

Hijo menor	Hijo 2	Hijo 3	Madre
x	x + 2	x + 4	48
$x + x + 2 + x + 4 = 48$			

4.- Resolvemos

$3x = 48 - 4$

$3x = 42$

$x = \frac{42}{3}$

Respuesta:

$x = 14$

c)

1.- La incógnita (x) será la edad de Juan. Carmela tiene 5 años menos (x - 5) y Rosa 2 años menos que Carmela (x - 7).

2- Y ya tenemos la ecuación

Juan	Carmela	Rosa
x	x - 5	x - 7

$x + x - 5 + x - 7 = 39$

3.- Resolvemos

$3x = 39 + 5 + 7$

$3x = 51$

$$x = \frac{51}{3} = 17$$

Respuesta:

Juan = 17 Carmela = 12 Rosa = 10

d)

1.- La incógnita (x) será los años que tiene que transcurrir.

2.- Dentro de x años, el padre tendrá $47 + x$ y el hijo $11 + x$. Y en ese momento la edad del padre será triple de la del hijo

	Padre	Hijo
Rosa	47	11
Dentro de x años ocurrirá que	$47 + x$	$11 + x$

3- Y ya tenemos la ecuación

$$47 + x = 3(11 + x)$$

4.- Resolvemos

$$47 + x = 33 + 3x$$

$$x - 3x = 33 - 47$$

$$-2x = -14$$

$$x = \frac{-14}{-2}$$

Respuesta:

$$x = 7$$

Bibliografía

- Gobierno de Aragón. Matemáticas y Tecnología, módulo 3. Educación Secundaria para Personas Adultas. España. Gobierno de Aragón. 2011. 134 p.
- Web: www.vitutor.com
- INTEF (Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y Formación del Profesorado). Web: <http://recursostic.educacion.es/bancoimagenes/web/>