



DESCRIPCIÓN BREVE

Desarrollo de los conceptos de Divisibilidad y Fichas de trabajo para el alumnado donde se trabajará la descomposición factorial de varios números, sus divisores y el m.c.m y m.c.d de dos y de tres números, utilizando policubos en 1º de ESO.

MONSERRAT ELENO SILVO

MATEMÁTICAS MANIPULATIVAS

Divisibilidad con POLICUBOS

INTRODUCCIÓN

Los **policubos** son unas piezas encajables en tres dimensiones y de colores que se utilizan para actividades matemáticas, como cálculo, álgebra, geometría o de lógica.

Estas piezas son una herramienta didáctica que favorece el proceso de enseñanza-aprendizaje y con ellas podemos trabajar las matemáticas manipulativas consiguiendo que los alumnos, tanto de infantil, primaria y secundaria visualicen procedimientos y algoritmos matemáticos de forma atractiva y en la que ellos mismos disfrutarán jugando.

Además trabajaremos **los principios del DUA**, favoreciendo los diferentes ritmos de aprendizaje y la inclusión de todo el alumnado.

Una alternativa a los policubos son las piezas tipo lego con las que se pueden realizar torres para realizar las actividades planteadas.

En este documento realizaremos actividades sobre Divisibilidad enfocadas para el curso de 1º de ESO en las que se trabajarán:

- Descomposición factorial de números naturales.
- Divisores de un número a partir de su descomposición factorial.
- Mínimo común múltiplo y máximo común divisor de dos y tres números.

JUSTIFICACIÓN

La **LOMLOE** y su concreción en el **Decreto 39/2022**, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo de la educación secundaria obligatoria en la Comunidad de Castilla y León, *“considera que la educación secundaria obligatoria es considerada como una etapa esencial ya que con ella finaliza la escolarización obligatoria. Esta etapa se organizará de acuerdo con los principios de educación común y de atención al alumnado y a sus diferencias individuales. Asimismo, la metodología empleada por el profesorado procurará un rol activo y participativo del alumnado, que se adapte a sus propias experiencias, características y ritmos de aprendizaje, a través de materiales y recursos variados.”*

Esta actividad contribuye a la adquisición de la Competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería (STEM), también a la competencia personal, social y aprender a aprender (CPSAA) puesto que fomenta procesos metacognitivos de reflexión y evaluación del aprendizaje y ponen en práctica estrategias de aceptación del error como parte del proceso de aprendizaje.

En la siguiente tabla, se muestra la relación que existe entre las competencias específicas (CE), criterios de evaluación (CEv), descriptores operativos (DO) y contenidos.

CE	CEV	DO	CONTENIDOS
1. Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas aplicando diferentes estrategias y formas de razonamiento para explorar distintas maneras de proceder y obtener soluciones posibles.	1.1. Interpretar problemas matemáticos y de la vida cotidiana extrayendo los datos dados, estableciendo las relaciones entre ellos y comprendiendo las preguntas formuladas.	STEM 1	Bloque 1. Sentido Numérico. A.4. Relaciones A.4.3. Factores, múltiplos, divisores, mcd y mcd. Factorización en números primos para resolver problemas: estrategias y herramientas.
	1.2. Aplicar algunas herramientas sencillas y estrategias apropiadas que contribuyan a la resolución de problemas	STEM1 CPSAA5 CE3	
3: Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las Matemáticas aplicando diferentes estrategias y formas de razonamiento, para explorar distintas maneras de proceder y obtener posibles soluciones.	3.1. Comprobar conjeturas sencillas de forma guiada analizando patrones y propiedades.	STEM 1	

Las **estrategias metodológicas** utilizadas serán:

- **Clase dirigida:** el profesor marcará las pautas, los plazos de ejecución y resolverá las dudas.
- **Enseñanza entre iguales:** estableciendo los roles de mini-profesor y alumno para trabajar los diferentes niveles académicos y/o cognitivos, y estableceremos agrupamientos de parejas en el aula.
- **Metodología activa y participativa:** con el uso material manipulativo utilizando policubos o piezas tipo lego.

Los **recursos** utilizados serán: **policubos o piezas tipo lego**, además de material escolar: papel, lápiz y bolígrafos, y pinturas o rotuladores.

Las **agrupaciones** que se llevarán a cabo serán: para todo el grupo clase durante la clase dirigida y la agrupación por parejas en el aprendizaje entre iguales

El **espacio de trabajo** se realizará en el aula de referencia.

La **evaluación** de los Criterios de Evaluación podrá llevarse a cabo mediante lista de cotejo o rúbrica.







PRIMEROS PASOS:

Los contenidos que veremos a continuación, serán los relativos a Divisibilidad de números naturales pertenecientes al Bloque 1: Sentido numérico. Éstos son:

- Descomposición factorial de números naturales.
- Divisores de un número a partir de su descomposición factorial.
- Mínimo común múltiplo y máximo común divisor de dos y tres números.

Para poder comprender estos conceptos a través de los policubos tendremos que realizar los siguientes pasos:

- El **primer paso** que debemos realizar es seleccionar 6 cubos de distintos colores y a continuación daremos a cada cubo el valor de los primeros números primos (2, 3, 5, 7, 11 y 13)

2	3	5	7	11	13
					

Es importante que toda el grupo clase disponga de los mismos colores para que a la hora de comprobar las actividades todos, tanto profesor como alumnos, vean que lo han resuelto de la misma forma.

En caso de tener algún alumno daltónico, se le proporcionará otro código de colores acorde a su distinción de colores.

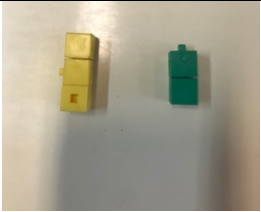
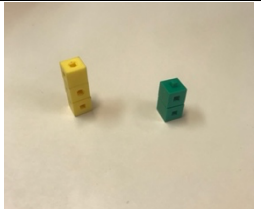
A continuación veremos los conceptos de **suma, producto y división de factores primos**.

- El **segundo paso** es explicarles la diferencia que existe entre la suma, producto y división con los policubos.

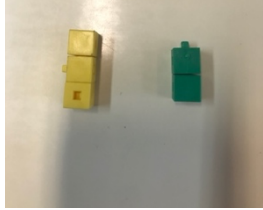
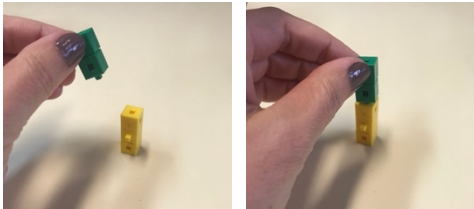
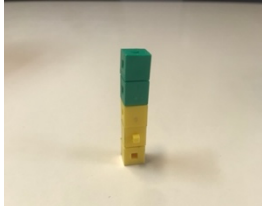
OPERACIONES CON POLICUBOS

SUMA: se consigue juntando cubos del mismo o de distinto color en una misma mano o conjunto pero sin ensamblarlos.

Por ejemplo: $2^3 + 3^2$

DATOS PARTIDA	SOLUCIÓN
2^3 y 3^2	$2^3 + 3^2$
	

PRODUCTO: se consigue juntando cubos del mismo o de distinto color ensamblándolos y de esta manera obtener torres. *Por ejemplo:* $2^3 \cdot 3^2$

DATOS PARTIDA	PASO INTERMEDIO	SOLUCIÓN
2^3 y 3^2	Encajado de piezas	$2^3 \cdot 3^2$
		

DIVISIÓN: se consigue quitando cubos de una torre. *Por ejemplo:* $2^3 : 3^2$

DATOS PARTIDA	PASO INTERMEDIO	SOLUCIÓN
2^3 y 3^2	Desencajado de piezas	$2^3 : 3^2$
		

▪ El **tercer paso** es comprobar que los alumnos lo han entendido. Para ello, les propondremos varios ejemplos cada tipo y la voz de uno, dos, tres, todos levantarán su solución. De esta manera, el profesor comprobará qué alumnos lo han comprendido y cuales no, y es a éstos a los que habrá que volver a explicárselo. Al levantar toda la clase sus soluciones ellos mismos comprobarán si tienen correcta o no la actividad.

A continuación se explicará la **descomposición factorial de los números**.

Después se explicarán los **divisores de un número**.

Una vez comprendido los anteriores conceptos explicaremos **el máximo común divisor (m.c.d)** de dos números **y el mínimo común múltiplo (m.c.m)** de dos números.

A continuación se adjuntan las **fichas de actividades** para los alumnos.

Nombre y apellidos: _____

MÚLTIPLOS Y DIVISORES

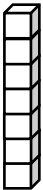
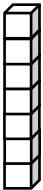




FICHA 1

CÓDIGO DE COLORES CON POLICUBOS (*Pinta cada número primo con el color elegido*)

2	3	5	7	11	13
					

ACTIVIDADES

1. Obtén la descomposición factorial de los siguientes números:

32=	<i>Pinta con colores</i>	48=	<i>Pinta con colores</i>	175=	<i>Pinta con colores</i>
32		48		175	
110=	<i>Pinta con colores</i>	42=	<i>Pinta con colores</i>	375=	<i>Pinta con colores</i>
110		42		375	

2. Calcula los divisores de los siguientes números: (*recuerda que los divisores de un número son todas las combinaciones posibles que puedes realizar con los cubos de su descomposición factorial, escribe primero su descomposición factorial*)

Divisores de 32	Divisores de 12	Divisores de 36
<i>Un divisor por columna</i>	<i>Un divisor por columna</i>	<i>Un divisor por columna</i>
32	12	36
Nº divisores de 32= D(32)=	Nº divisores de 12= D(12)=	Nº divisores de 36= D(12)=
Divisores de 45	Divisores de 21	Divisores de 385
<i>Un divisor por columna</i>	<i>Un divisor por columna</i>	<i>Un divisor por columna</i>
45	21	385
Nº divisores de 45= D(45)=	Nº divisores de 21= D(45)=	Nº divisores de 385= D(45)=

Nombre y apellidos: _____

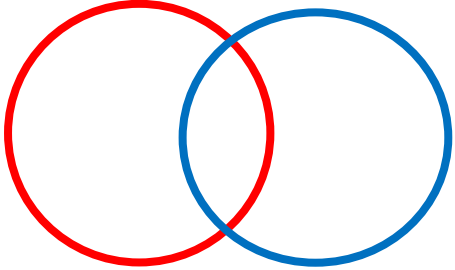
MÚLTIPLOS Y DIVISORES

FICHA 2

1. Calcula el m.c.m y el m.c.d de los siguientes números:

Utiliza los diagramas de Venn para pintar los policubos y resolver.

$mcm(32, 48)=$	$mcd(32, 48)=$	Descomposición factorial
		$32=$ $48=$
$mcm(420,210,588)=$	$mcd(420,210,588)=$	Descomposición factorial
		$420=$ $210=$ $588=$
$mcm(420, 210)=$	$mcd(420, 210)=$	Descomposición factorial
		$420=$ $210=$
$mcm(210, 588)=$	$mcd(210,588)=$	Descomposición factorial
		$210=$ $588=$

$mcm(462, 325)=$	$mcd(462,325)=$	<i>Descomposición factorial</i>
		$462=$ $588=$







2. ¿Qué se coloca en la parte del diagrama si no tienen cubos en común y por qué? ¿Cómo se llaman los números cuyo m.c.d es 1?

CÓDIGO DE COLORES CON POLICUBOS (*Pinta cada número primo con el color elegido*)

2	3	5	7	11	13
					

ACTIVIDADES

1. Obtén la descomposición factorial de los siguientes números:

$32=2^5$	Pinta con colores	$48=2^4 \cdot 3$	Pinta con colores	$175=5^2 \cdot 7$	Pinta con colores
$\begin{array}{r l} 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$		$\begin{array}{r l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$		$\begin{array}{r l} 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$	
$110=2 \cdot 5 \cdot 11$	Pinta con colores	$42=2 \cdot 3 \cdot 7$	Pinta con colores	$375=3 \cdot 5^3$	Pinta con colores
$\begin{array}{r l} 110 & 2 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$		$\begin{array}{r l} 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$		$\begin{array}{r l} 375 & 3 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$	

2. Calcula los divisores de los siguientes números: (*recuerda que los divisores de un número son todas las combinaciones posibles que puedes realizar con los cubos de su descomposición factorial*)

<p>Divisores de 32</p> <table border="1"> <tr><td colspan="6">Un divisor por columna</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>4</td><td>8</td><td>16</td><td>32</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <p>Nº divisores de 32=6 D(32)=1,2,4,8,16,32</p>	Un divisor por columna						1	2	4	8	16	32																									1						<p>Divisores de 12</p> <table border="1"> <tr><td colspan="6">Un divisor por columna</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>6</td><td>12</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <p>Nº divisores de 12=6 D(12)=1,2,3,4,6,12</p>	Un divisor por columna						1	2	3	4	6	12																									1						<p>Divisores de 36</p> <table border="1"> <tr><td colspan="8">Un divisor por columna</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>6</td><td>9</td><td>12</td><td>18</td><td>36</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <p>Nº divisores de 36=9 D(36)=1,2,3,4,6,9,12,18,36</p>	Un divisor por columna								1	2	3	4	6	9	12	18	36																																					1								
Un divisor por columna																																																																																																																																																				
1	2	4	8	16	32																																																																																																																																															
1																																																																																																																																																				
Un divisor por columna																																																																																																																																																				
1	2	3	4	6	12																																																																																																																																															
1																																																																																																																																																				
Un divisor por columna																																																																																																																																																				
1	2	3	4	6	9	12	18	36																																																																																																																																												
1																																																																																																																																																				
<p>Divisores de 45</p> <table border="1"> <tr><td colspan="6">Un divisor por columna</td></tr> <tr><td>1</td><td>3</td><td>5</td><td>9</td><td>15</td><td>45</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <p>Nº divisores de 45=6 D(45)=1,3,5,9,15,45</p>	Un divisor por columna						1	3	5	9	15	45																									1						<p>Divisores de 21</p> <table border="1"> <tr><td colspan="5">Un divisor por columna</td></tr> <tr><td>1</td><td>3</td><td>7</td><td>21</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <p>Nº divisores de 21=4 D(21)=1,3,7,21</p>	Un divisor por columna					1	3	7	21																						1					<p>Divisores de 385</p> <table border="1"> <tr><td colspan="8">Un divisor por columna</td></tr> <tr><td>1</td><td>5</td><td>7</td><td>11</td><td>35</td><td>55</td><td>77</td><td>385</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <p>Nº divisores de 385=8 D(385)=1,5,7,11,35,55,77,385</p>	Un divisor por columna								1	5	7	11	35	55	77	385																																	1																				
Un divisor por columna																																																																																																																																																				
1	3	5	9	15	45																																																																																																																																															
1																																																																																																																																																				
Un divisor por columna																																																																																																																																																				
1	3	7	21																																																																																																																																																	
1																																																																																																																																																				
Un divisor por columna																																																																																																																																																				
1	5	7	11	35	55	77	385																																																																																																																																													
1																																																																																																																																																				

3. Calcula el m.c.m y el m.c.d de los siguientes números:
Utiliza los diagramas de Venn para pintar los policubos y resolver.

$mcm(32, 48) = 2^5 \cdot 3 = 96$	$mcd(32, 48) = 2^4 = 16$	Descomposición factorial
		$32 = 2^5$ $48 = 2^4 \cdot 3$
$mcm(420, 210, 588) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2$	$mcd(420, 210, 588) = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$	Descomposición factorial
		$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ $588 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7^2$
$mcm(420, 210) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420$	$mcd(420, 210) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$	Descomposición factorial
		$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
$mcm(210, 588) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2$	$mcd(210, 588) = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$	Descomposición factorial
		$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ $588 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7^2$

$mcm(462, 325) = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$	$mcd(462, 325) = 1$	Descomposición factorial
		$462 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$ $325 = 5^2 \cdot 13$

4. ¿Qué se coloca en la parte del diagrama si no tienen cubos en común y por qué? ¿Cómo se llaman los números cuyo m.c.d es 1?

Se coloca un 1, porque es el divisor común a cualquier número. Números primos entre sí o coprimos.

WEBGRAFÍA Y RECURSOS UTILIZADOS:

<https://mates.aomatos.com/divisibilidad-con-policubos/>

<https://aprendiendomatematicas.com/que-son-los-policubos-o-multicubos-y-actividades/>

<https://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoescuela/sa/files/formidable/6/Manipulamos-la-divisibilidad.pdf>

<https://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoescuela/sa/2016/06/14/manipulamos-la-divisibilidad/>