RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN SECUNDARIA_PARA PDF

ENRIQUE HERNANDO ARNAIZ

LA MERCED - JESUITAS
UNIVERSIDAD DE BURGOS
ASOC. CYL DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA “MIGUEL DE GUZMÁN”
ESTALMAT CYL

CFIE Segovia

- RICHARD FEYNMAN: Piensa en lo que quieres que sepan tus alumnos y por qué quieres que lo sepan. El método surgiría, así, por sentido común.

Ley de Murphy:

- JOHN STUART MILL (Filósofo y economista inglés s. XIX: utilitarismo!): Un alumno al que no se le ha pedido nada que no pueda hacer, nunca hará todo lo que pueda.

- PREFECTO DE JAFFE (yo ante un problema y la ciencia en general; genial para quitar el miedo a la RdP): Algunas cosas son imposibles de saber, pero es imposible saber cuáles

Pero básicamante me voy a basar en mi experiencia, porque yo, en esto, he caminado a "hombros de gigantes" (Newton) que igual os suenan: Miguel de Guzmán

Para mí, la corriente iniciada por Polya alrededor de la resolución de problemas representa el aspecto más universalmente válido de la matemática en la cultura humana

Burgos, 27 abril 1991

Ezequiel Santamaría, Constantino de la Fuente y Santiago Fernández.

¡Ojo!, no curso para ser buen resolutor de problemas, sino para apreciar y valorar su práctica personal y en el aula y, sencillamente, "abrir boca". No puede ser muy exhaustivo (en el máster hasta 18 sesiones de 2 horas). Vamos a ver una serie de pinceladas escogidas, ordenadas y escalonadas, a ver si dan ganas…

OBJETIVO ULTIMO: HACER MATEMÁTICAS EN CLASE DE MATEMÁTICAS (Paul Lockart: el lamento de un matemático, ver fragmentos Antonio Pérez y lo de la música…)

Fragmento Lockart triángulo inscrito en semicircunferencia (p. 760 y sig.):

El lamento de un matemático_Paul

505 KB

ESQUEMA

1. INTRODUCCIÓN/MOTIVACIÓN (pero no menos importante): ¿PARA QUÉ LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ("RdP")? Y NUESTRA POSICIÓN, Y LA DE NUESTROS ALUMOS, ANTE ELLOS…
2. LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO DISCIPLINA EN SÍ MISMA.
3. LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO METODOLOGÍA

Ya veremos cómo vamos de tiempo, pero en principio…

I.- ¿PARA QUÉ LA "RDP"? NUESTRA POSICIÓN, Y LA DE NUESTROS ALUMOS, ANTE ELLOS…

Un curso sobre RdP, así que… ¡habrá que resolver alguno! Va el primero* y, así, entrenamos a ver cómo puedo ver yo vuestras soluciones o lo que vais haciendo:

Por favor, cuando penséis que lo tenéis, NO DECIRLO. Levantáis la mano (captura al chat, compartir pantalla, simplemente decir OK, pero no veré la resolución, lo que hagamos) y yo lo miro. ES MUY IMPORTANTE. Luego os cuento por qué ese problema.

" Averiguar el día del cumpleaños de Quique, sabiendo que es el día del medio del año"

(no es broma)

¡Qué importante es el enunciado (veremos)! ¿Necesitáis que os lo "reinterprete"?…

Moralejas:

Me enteré, precisamente, jugando.

Si te lo preguntan es que se puede

“calcular”. No tiene por qué venirte la inspiración divina

He podido saber en qué se han producido las equivocaciones?? porque…

¿Qué tiene que cumplir la resolución de un problema para que podamos decir que esta “bien explicado”?

Y, por cierto, ¿la RdP se entrena?

Porque yo…

¿Haciendo muchos y descubriendo patrones?

¿Haciendo muchos y reflexionando sobre ello?

¿Leyendo lo que dicen los expertos?

¿Conociendo la disciplina?

¿Conociéndote mejor a ti mismo?

Porque, ¿eres buen resolutor de problemas?

Cuando te enfrentas a la resolución de un problema, ¿con qué actitud lo haces habitualmente? Escoge la tuya o añádela si no está:

Juez Policia

Asustado Investigador

Explorador Derrotado

El más listo de la clase Con mucho miedo

Añadimos ………………….

Y ¿¿vuestros alumnos?? (vuelvo a Murphy):

- LEY DE VAN HERPEN: La solución de un problema consiste en encontrar a alguien que lo resuelva.

- LEY DE MURPHY (versión alumno de mates): Si parece fácil, es difícil. Si parece difícil es condenadamente imposible.

- COMENTARIO DE O'TOOLE SOBRE LA LEY DE MURPHY: Murphy era un optimista.

- LEY DE LA IDEA GENIAL: Cuando a usted se le ocurra la solución ideal, alguien habrá resuelto ya el problema.

- LEY DE HOARE SOBRE LOS GRANDES PROBLEMAS: En cada problema grande hay un problema pequeño que lucha por salir.

- LEY INVERSA DE SCHAINKER A LA LEY DE HOARE SOBRE LOS GRANDES PROBLEMAS: En cada problema pequeño hay un problema grande que lucha por salir.

- LEY DE SEVAREID: La causa principal de los problemas son las soluciones…

Además, y fuera bromas, ¿cuánto te conoces cuando resuelves problemas? ¿Crees que conocerse mejor en un aspecto ayuda a mejorar ese aspecto?

Por ejemplo, ¿¿cuando te enfrentas a un problema, eres inductivo o deductivo*?? Veamos:

Papel sucio y lápiz o boli.

Tres preguntas (4-5 min cada una) y probamos cómo podemos responder.

Muy importante: no se dice nada. Si se tiene se dice o se me enseña, no pasa nada si no las resuelves… También está en el artículo de SUMA que adjunto en los materiales

Inductivo o

8 KB

Muy importante: no se dice nada. Si se tiene se dice o se me enseña, no pasa nada si no las resuelves…

Por último, ¿tienes hábito de resolver

problemas? Pero de verdad, bonitos, abiertos, no ejercicios.

S. R. Covey:

"Definimos el hábito como una intersección de conocimiento, capacidad y deseo. El conocimiento es el paradigma teórico, el qué hacer y el por y para qué, la capacidad es cómo hacer. Y el deseo es la motivación del querer hacer. Para convertir algo en un hábito necesitamos esos tres elementos"

Ahora interpretadlo desde el punto de vista de la RdP y hacer matemáticas:

1º.- Hay que saber que "tenemos un problema" (dadme problemas) y por qué sería interesante resolverlo

2º.- Hay que tener capacidad de resolverlo. Por mucho que sepa que existe, si no sé cómo se hace para resolver problemas…

3º.- Saber que hay problemas por resolver y qué se hace para resolverlos no basta. A menos que quiera resolverlos, que vea el valor de ello, no tendré una buena actitud hacia ello.

¿¿Y VOSOTROS, QUERÉIS??

¿POR QUÉ LA RdP? Ir más allá: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y CURRÍCULO

¿Para qué podemos usar la siguiente tarea? Un ¿problema? típico en nuestras clases (Constantino):

En una casa de campo hay gallinas y conejos. Si en total hay 19 cabezas y 61 patas, ¿cuántos animales hay de cada clase?

- Resolverlo* (dejar algo de tiempo, que no contesten rápido para que l¡puedan pensar todos)
- Cambiemos algún dato para que tenga solución, sin resolverlo… ¿19 y 80?
- Fijar cada uno de los datos numéricos y ver qué valores puede tomar el otro

$38 < p < 76$ (por ejemplo 60) $\Rightarrow 15 < c <$

¡Estamos analizando el enunciado! ¡El primer paso siempre en RdP!

Los problemas no son entes fijos, tienen que cumplir ciertas cosas. ¿Están vivos?

¡Los datos tienen relaciones ocultas por debajo!

(PARÉNTESIS: Los enunciados tiene mayor efecto en los alumnos de lo que se puede pensar. Intentan adecuar los datos a la situación:

1. En un barco hay 26 corderos y 10 cabras. ¿Cuál es la edad del capitán?

2. Un pastor tiene 360 borregos y 10 perros. ¿Cuál es la edad del pastor?

3. En una clase hay 7 filas de 4 mesas. ¿Cuántos años tiene la maestra?

Mi experiencia: Círculos matemáticos...

¿Vosotros en los enunciados de vuestros

exámenes?
)

- Resolver problema (para 60 patas) utilizando diversas ESTRATEGIAS HEURÍSTICAS* en RdP:

  - lenguaje algebraico (¿¿1 o 2 incógnitas??)

  ¿son válidas estas?

  - ensayo y error razonado
  - lenguaje aritmético
  - lenguaje gráfico

- ¿Y si fueran números más grandes? Por ejemplo, proporcionales: 1900 y 6000 o 6100. ¿Se mantiene la proporción en la solución? ¿Para cualquier proporción?

- Resolver el problema general, para "c" cabezas y "p" patas

- Enunciar problemas parecidos

- bicicletas y triciclos
- coches y motos
- Nº de personas, chicos y chicas y nº de manos*
- Hotel y nº de habitaciones simples, dobles
- Juego de dardos: diana o no y nº de puntos…

- LEY INVERSA DE SCHAINKER A LA LEY DE HOARE SOBRE LOS GRANDES PROBLEMAS: En cada problema pequeño hay un problema grande que lucha por salir.

Y, ¿qué hay de los contenidos del currículum? ¿Cuándo se hacen más matemáticas?

- Contenidos de matemáticas:
  - Practica métodos de resolución de sistemas de ecuaciones… (sustitución, igualación y reducción)
  - Resuelve problemas (¿ejercicios?) "de la realidad" utilizando ecuaciones o sistemas

(mecánica/pasos: simbolizar-traducir-resolver-interpretar)

- Matematiza la realidad con modelos…

- Contenidos específicos de RdP:
    - Análisis de enunciados y relaciones entre datos.
    - Carácter dela información: redundante, coherente, contradictoria…
    - Dependencia entre número de datos (condiciones) y número de soluciones.
    - Sugerencias de estrategias para resolverlo.
    - Profundizar en el proceso.

Habría que hacer esto en clase de vez en cuando.

Pues a estos contenidos específicos nos vamos a dedicar.

II.- LA RDP COMO DISCIPLINA EN SÍ MISMA (NO PARA EJERCITAR/ADQUIRIR CONTENIDOS)

Usos de la RdP en la educación matemática:

1.- Con entidad en sí misma ("porque tú lo vales").
2.- Como metodología para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (vemos después)

1.- RdP con entidad en sí misma.
Podemos trabajar la RdP en distintos aspectos:

- Aspectos HEURÍSTICOS (del descubrimiento):
  - Estructura/fases.
  - Estrategias heurísticas
  - Patrones de razonamiento plausible (intuición)

- Aspectos DIDÁCTICOS = enseñar a resolver problemas:

- Protocolos de resolución.
- Analizar problemas resueltos
- Rotulado personal: recoger ideas, sensaciones…
- Conjeturas
- Más preguntas, generalizaciones, investigaciones. Variantes, cualidades, alternativas.

Estrategia ¿Qué si no? (WIN)

1.- Listado de variables o cualidades del enunciado inicial

2.- ¿Qué si no? Modificar/eliminar variables, buscar alternativas a las características: contexto, situaciones análogas, generalizaciones…

3.- Presentación de nuevos problemas a partir de este trabajo.

- Problemas semilla (Reuber y Hersch: "Experiencia matemática")
- Problemas abiertos ¿hacemos?

"Un problema es abierto cuando en él

no se especifica ninguna meta”

Investiga el número Pi.

Estudia las potencias de 3 de exponente natural

¿Ventajas/inconvenientes?

Cómo se podría integrar la RdP en el currículo: en problemas sueltos (lúdico), trabajar estrategias, hacer un taller… ¿experiencias?

- Aspectos PSICOLÓGICOS: Cómo me siento. Cambios personales por intentar resolver un problema y cambios si se consigue:
  - Estados psicológicos. Bloqueos.
  - Monitor interno
  - Autorretrato heurístico

Todos estos aspectos acaban en una última fase muy importante y a la que no dedicamos casos tiempo (veremos después):

La “visión retrospectiva” de Polya.

La “revisión-extensión” de (B, M y S).

La “reflexión” de Miguel de Guzmán.

Buscar errores y revivir el proceso.

Intentar justificar la solución obtenida como si fuese para (B, M y S):

- Mí
- Un amigo
- Un enemigo

○ Modelos en RdP. Un poco de teoría: PRINCIPALES MODELOS

- G. Polya: “Cómo plantear y resolver problemas” (Haw to solve it - 1945)

- Mason, Burton y Stacey: “Pensar matemáticamente” (Thiking mathematically - 1982)

Pensar matemáticamente - Mason,

14,2 MB

PDF

- Alan Schoenfeld: “Resolución de problemas de matemáticas” (Mathematical problem solving -

1985)

- M. de Guzmán: “Para pensar mejor” (1994)

Para pensar mejor - Miguel de

13,9 MB

PDF

En CyL, que yo conozca, desde la Asociación (principalmente Constantino de la Fuente):

=> Propuesta Junta de CyL (2013) => en EsTalMat Burgos

BLOQUES DE CONTENIDOS

45 KB

PDF

OBJETIVOS Y UNIDADES DEL

37 KB

PDF

Pero, en resumen, para no tener que estudiar demasiado:

- José Lorenzo Blanco: “La resolución de problemas. Una revisión teórica” (8pp.)

¡¡Mirar el resumen!! ¡¡Año 1996!! Recordad los contenidos específicos del curriculum actual en RdP.

La resolución de problemas. Una

2,8 MB

PDF

Lectura recomendada :-)

- Modelos en RdP. Un poco de teoría: FASES EN UNA RdP

-Editex 3º ESO (1996-98), páginas finales de cada unidad: páginas resumen de las fases en los tres modelos:

Echar un ojo a los problemitas… Si los que les voy a pedir se les quedan pequeños pueden pelearse con estos (¿en materiales?)

RdP Editex 4i Polya, 4d Mason y 5i

295 KB

PDF

¿Intentamos unos problemas de esos? Ok, pero antes, ¡hay que estudiar! ;-)

- Un poco de teoría: Breve taller de ESTRATEGIAS heurísticas en RdP (solo alguna).

En esto sí hay que detenerse un poco. Resumen de lo que proponen los modelos en 4pp. + esquema. Yo me baso en mis favoritos: Miguel de Guzmán y Santiago Fernández*. LECTURA OBLIGATORIA (4 pp.):

EL PROCESO DE RESOLUCIÓN DE

75 KB

PDF

Y, mi libro/artículo (revista SIGMA nº 10 - 1991, 88pp.) favorito para trabajar esto. Si alguien me consigue una copia mejor… :-)

Auspiciada por el departamento de Educación del Gobierno Vasco, bajo la responsabilidad de los asesores de matemáticas de los Berritzegunes (CFIEs) de dicho Departamento y dirigida por Santiago Fernández con un doble objetivo:

- Colaborar en la formación permanente del profesorado e impulsar la mejora del proceso enseñanza-aprendizaje
- Servir de vehículo de comunicación de experiencias y actividades de aula entre el profesorado

Lectura obligada

RdP S_Fernandez 1 Intro y

233 KB

PDF

Ejemplos de estrategias y usos S.

Fernández*:

Ejemplos de problemas por estrategias. (trabajarlos) !!

RdP S_Fernandez 2 Ejemplos

1,3 MB

PDF

Y, en resumen, chuleta para trabajar estrategias:

Recopilación de estrategias según

20 KB

PDF

Y mirad qué cosa tan bonita, aunque las estrategias están un poco imprecisas, pero hay que valorar el intento ANAYA (2003), ¿Siguen poniendo cosas de estas? ¿Vuestras editoriales?

Estrategias RdP ANAYA (intros)

21,8 MB

PDF

=> Esquema de la parte de RdP en EsTalMat Burgos, por si os apetece hacer un taller "a lo grande" (2003-…)

Estructura RdP EsTAlMat Burgso

2,2 MB

PDF

Y os toca. Les he elegido más o menos conocidos, pero no es lo importante. Lo importante es intentar resolver cada uno con la estrategia que os indico y reflexionar sobre ello:

En salas, me voy pasando. Dos pruebas de 5 problemas.
(aprox. 30 min c.u.?)

a) Intentad cada uno, aunque se os ocurra otra, con la estrategia que pido:

Rdp. Aplicar las 5 estrategias (en

295 KB

PDF

b) Elegid vosotros la estrategia que creáis más adecuada para cada uno. Cada uno con una estrategia diferente:

Rdp. Elegir cuál de las 5 estrategias

197 KB

PDF

Claro, pueden ser ¿más sencillos?, depende el nivel… Recordad las intros sobre Rdp en Anaya (yo de 2003) que mostramos antes. ¿Revisar más? ¿Intentar…?

Y podéis ver los 100 problemas que propone Santiago Fernández para practicar estrategias. Si queréis, podéis intentarlos –solos o en compañía de otros “profes o alumnos con ganas—. Por si queréis una ayudita, os he puesto en la última hoja la estrategia que proponen para abordar dada uno. Como siempre, eso no significa que sea la mejor ni la única:

RdP S_Fernandez 3-Problemas

3 MB

PDF

- Un poco de teoría: Y, por último, la fase en la que acaban TODOS los modelos:

LA FASE DE REVISIÓN-EXTENSIÓN DE UN PROBLEMA: CONJETURAR, GENERALIZAR, ¿QUÉ SI NO?... (WIN)

(Revista SUMA nº 94, 2020)

Visión retrospectiva del problema. La fase de revisión, extensión,

2,2 MB

PDF

El País: 5/09/2001

EFIM ZELMANOV / Matemático

“Hay un sentido universal entre los matemáticos de lo que es bello”

MÓNICA SALOMONE, **Madrid**

La amable sonrisa del matemático ruso Efim Zelmanov, de 45 años, afincado en Estados Unidos, le hace parecer dispuesto a hablar de todo. Pero no es cierto: con Zelmanov no se puede hablar de su trabajo. Si se le pregunta qué es el problema restringido de Burnside, cuya solución le hizo ganar hace siete años el premio más importante con el que puede soñar un matemático —la medalla Fields—, Zelmanov pone expresión de apuro: “Bueno...”. Y se rinde: “Es tan abstracto, tan difícil de explicar...”. Le cuesta poco, sin embargo, transmitir lo emocionante que es para él esa abstracción: “Cuando se piensa en un problema se vive en el mundo de ese problema, y las nociones abstractas se vuelven más reales. Estás en otro mundo”. No obstante, Zelmanov visita España a menudo porque colabora estrechamente con matemáticos de la Universidad de Oviedo; estuvo la semana pasada en Madrid por temas muy poco abstractos: es miembro del comité de evaluación del programa Ramón y Cajal de contratación de investigadores.

R. Deben ser elegantes, bonitos. ¿Y qué es bonito? Hay un sentido universal entre los matemáticos de lo que es bello. Un matemático hindú me dijo que por supuesto que algunas conjeturas matemáticas son más bellas que la Gioconda, ¡al menos para él! Hay problemas antiguos muy bellos, y también lo son algunos más recientes, directamente relacionados con las aplicaciones, como la criptografía. Problemas lo bastante elegantes como para interesar a los matemáticos.

P. ¿Y si un problema importante para la sociedad no es elegante?

R. Los matemáticos buscarán la forma de hacerlo elegante.

P. Se ha dicho que algunos problemas, por ejemplo la gravedad cuántica, aunque se resuelvan matemáticamente no es posible entenderlos porque esas soluciones se escapan a la intuición humana.

R. Eso es porque para formular esos resultados se usan las matemáticas más abstractas. Las matemáticas son la lengua que hablan las demás ciencias, y las llamadas *teorías del todo* hablan la más abstracta de las matemáticas. Einstein dijo que cuando los matemáticos se implicaron en su teoría de la relatividad él dejó de entenderla.

“Alguien dijo que la habilidad matemática consiste en la capacidad de pensar mucho tiempo sobre un problema, y yo estoy de acuerdo. Pasas años pensando sobre lo mismo, a veces te obsesionas, te equivocas, pero aprendes mucho por el camino. Y a veces tienes suerte y resuelves el problema. A veces el problema no es muy importante, pero en el proceso de resolución se desarrollan matemáticas que sí lo son.”

EFIM ZELMANOV (MEDALLA FIELDS) sept2001

En TODOS los modelos que se proponen hay una fase final común que, sin embargo, muy pocas veces se lleva a cabo: la “visión retrospectiva”, es decir, la revisión del protocolo seguido en la resolución y, finalmente, la extensión del mismo: ¿lo que he hecho puede servir en otros problemas aunque no sean muy parecidos?, ¿si cambiase esto o aquello, cómo cambiaría?, ¿se puede generalizar?. Todo esto lleva a la parte más interesante: las investigaciones matemáticas que queremos sean la culminación de la formación de nuestros alumnos.

Introducción

Vamos a averiguar si podemos mejorar el proceso que seguimos (cada uno el suyo) para encontrar la solución de un problema y con ello, aprovechar el protocolo empleado al máximo, sacar conclusiones, mejorar (¿se puede?... ¿cómo?...) el modo, proceso, en que atacamos los problemas, utilizar ese mismo método o esa misma idea en otros problemas, ampliar lo averiguado aplicándolo a un problema más complejo o más general…

I.-Revisión: Protocolo de Resolución de un Problema. Evaluación y Consecuencias.

II.-Extensión del Problema: Aprovechar el Proceso de su Resolución al Máximo: ¿se puede aprovechar lo que hemos ido creando durante el proceso de resolución del problema?, ¿se puede llegar más lejos que a conseguir la solución?.

III.-Investigaciones Matemáticas: Generalizar, Hacer Conjeturas, intentar demostrarlas: Intentamos deducir cosas, suponer cosas. A eso se le llama hacer conjeturas. ¿Si hubiese preguntado para "n" cosas?

I.- La "Revisión" (MdG)

Por tanto, hace falta hacer muchos problemas, pensar mucho en Matemáticas, pero no sólo eso, hace falta también usar la introspección, el examen detenido de cómo piensa uno mismo y de como podemos mejorar nuestra propia forma de pensar. Esto se puede hacer a través del análisis de los protocolos:

Cuando uno se pone a hacer problemas, no porque se los han propuesto y tiene prisa en resolverlos, sino porque uno quiere mejorar su propia forma de enfrentarse a ellos, lo realmente útil es que, junto a la resolución de los mismos, vayamos teniendo una forma de examinar y analizar cómo se produce el proceso de enfrentamiento entre el resolutor (yo mismo) y el problema.

I.- La "Revisión" (MdG)

(R.P.)

Pero seguro que nos estamos preguntando... ¿cómo se aprende esto?. Probablemente eso no se aprende más que viendo a un experto, experimentando uno mismo la resolución de problemas y examinando sus propios procesos de pensamiento.

Este examen de los propios procesos de pensamiento enlaza de una manera natural con la etapa más importante, que probablemente se lleva a cabo muy pocas veces, en nuestra ocupación con problemas, es "la Revisión del Proceso". Esto consiste en examinar a fondo el camino tomado, tratar de entender porqué ha sido adecuado, mirar si podemos encontrar un camino más simple, analizar hasta dónde llega el método, sus posibilidades de aplicación a otras situaciones parecidas, reflexionar, en fin, sobre el propio proceso de pensamiento seguido. Como fácilmente podéis comprender, después de un par de horas de ocupación con un problema verdadero, esto no se puede hacer, a menos que uno tenga un método, pues normalmente a todos se nos olvidan los vericuetos por los que hemos ido caminando. Por estas razones es necesario el hacerse con un método para poder examinar el proceso de pensamiento seguido, y en esto es en lo que consiste el análisis de los protocolos. El protocolo no es más que un acta de los procesos de pensamiento utilizados, que tenemos a nuestra disposición para su estudio. Este protocolo hay que examinarlo para diagnosticarnos y más tarde establecer un tratamiento: ¿Cómo mejoro yo aquellos puntos que me han resultado mal o aquellos en que con más facilidad caigo?, ¿qué tendencias tengo?. Sobre lo que son los protocolos y las diferentes fases de examen de los mismos no me voy a detener más. Los interesados pueden consultar mi libro "Para pensar mejor".

Actividad 4: Partiendo la tabla.

EJEMPLO DE ELABORACIÓN DE UN PROTOCOLO AL RESOLVER UN PROBLEMA:

ir parando cada 5-10 min y anotar…

no hay mucho tiempo, pero el distinguido público...

"Queremos cortar una tabla, con la forma que se muestra en la figura 5, en tres partes que puedan colocarse formando un cuadrado. ¿Cómo tenemos que hacerlo?"

no hay mucho tiempo, pero el distinguido público lo piense unos minutos…

ACTIVIDAD 4: PARTIENDO LA TABLA.

Queremos cortar una tabla, con la forma que se muestra en la figura 5, en tres partes que puedan colocarse formando un cuadrado. ¿Cómo tenemos que hacerlo?
(después de intentarlo un tiempo, obligándonos, como en la actividad anterior –es bastante difícil–, comentamos el siguiente protocolo de resolución a modo de ejemplo).

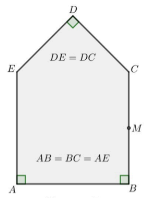


Figura-5

Ejemplo de protocolo al resolver un

1,2 MB

PDF

2.- La “Extensión”

Consiste en mirar si se puede aprovechar lo que hemos realizado durante el proceso de resolución del problema, el protocolo seguido y las herramientas utilizadas en el proceso de resolución de otros problemas aparentemente distintos, si se puede llegar más lejos que a conseguir la solución, si se pueden sacar conclusiones paralelas …

2.- La “Extensión”: Ejemplo de una clase de 1º de secundaria

¡Un alumno haciendo matemáticas en clase! (clase mía de 1º ESO: problema , en principio, absolutamente soso, como el de conejos y gallinas):

“Una moto da una vuelta a un circuito cada 84 segundos y otra cada 96 segundos. Si salen a la vez, ¿cuántos segundos pasarán hasta que vuelvan a pasar por la línea de meta a la vez?

¿cuántas vueltas habrá dado al circuito cada moto en ese tiempo? 😃 😃 😃

Solución: $m.c.m.(98,84) = 2^5 \cdot 3 \cdot 7 = 672$ segundos, así pues, la que tarda 96 segundos habrá dado $\frac{672}{96} = 7$ vueltas, y la que tarda 84 $\frac{672}{84} = 8$ vueltas. Fácil.

Alumno: Pero $96 - 84 = 12$ y ¡ $\frac{96}{12} = 8, \frac{84}{12} = 7$! ¿será una coincidencia?

El alumno ha hecho una conjetura. ¿Pasará siempre?, ¿se podrá generalizar?

Actividad 5: ¿Será coincidencia?

En el ejemplo anterior:

-Probamos con 75 y 60 segundos. ¿Pasa lo mismo? …

-¿Con 16 y18? …

-¿Con qué otros números pasa? …

-¿Se cumple con cualesquiera dos números?...

-Prueba con 50 y 46 segundos…

-¿Qué conclusiones obtenéis acerca de cuándo ocurre y cuándo no? …

1	MCM(75, 60) → **300**
2	75 – 60 → **15**
3	MCM(16, 18) → **144**
4	18 – 16 → **2**
5	MCM(50, 46) → **1150**
6	50 – 46 → **4**

¿¿Parece que sólo pasa cuando son múltiplos de su diferencia??

Estamos ampliando el problema, extendiendo su aplicación y utilidad.

“Una de las características de las matemáticas es que la investigación empieza muy pronto, desde que un alumno se sitúa ante un problema que debe resolver (...). Si el alumno no se limita a contestar a las preguntas que se le formulan, sino que se esfuerza en hacer observaciones originales relativas al problema, o mejor aún, si él mismo se plantea problemas, en estos casos su trabajo se distingue del del matemático creador solo en una diferencia de nivel.”

René Taton: Causalidad y accidentalidad de los descubrimientos científicos.

(YO: ¡hacer matemáticas en clase de matemáticas!)

3.- Hacer conjeturas, generalizar,...

Investigaciones matemáticas

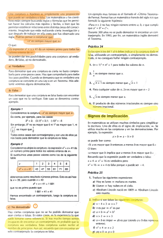
Intentamos deducir cosas, suponer cosas . . ., a eso se le llama hacer conjeturas, intentamos demostrarlas, buscamos casos que se cumplan en general, ¿si hubiese preguntado para "n" cosas?

Actividad 9: Conjeturas

(sacado de "Repasa con ejercicios-Secundaria" Vol.1. Ed. Oxford)

no hay mucho tiempo, pero el distinguido público. . .

Leemos la siguiente hoja (pongo el original) e intentamos responder a las cuestiones que se plantean acerca de lo que es una conjetura y como ver si es Verdadera, Falsa o no demostrada:



Actividad 10: Investigaciones matemáticas

Pautas para una investigación Matemática:

Quizá la única dificultad real de las matemáticas es el miedo* inicial con el que todos nos enfrentamos a un problema (sobre todo, si contiene un gran número de letras y de signos extraños). Las investigaciones permiten luchar contra el miedo ya que tienen un fondo de juego y de fomento de la curiosidad humana que hacen de las matemáticas algo más accesible a todos.

Esta relación sirve como guía de ayuda para desarrollar una investigación matemática.

a) Si el conjunto del problema te parece muy complicado, trata de resolver un caso más sencillo.

b) Dibuja tus propias figuras con cierta precisión.
c) Haz tablas con los resultados que obtengas y sé sistemático.
d) Busca regularidades o patrones.
d) ¿Hay alguna regla o fórmula que describa los resultados?
e) ¿Puedes predecir más resultados?
f) ¿Puedes demostrar alguna regla que podrías hallar?
g) Desarrolla la tarea de la investigación haciéndote preguntas como ésta: «¿Qué pasaría si no…?» (WIN)

Visión retrospectiva del problema. Actividad 10_Investigaciones
446 KB
PDF

Y la prueba que he propuesto este año en la uni. ¿Tarea? ;-) ojalá…

=> Así que "sólo" pensarlos un momentito y, eso sí, pensar extensiones del problema. Recordad: ¿Qué si no…? (WIN)

-Prueba protocolo y extensión RdP

370 KB

PDF

-Prueba protocolo y extensión RdP

917 KB

PDF

—— XXX ——

III.- LA RDP COMO METODOLOGÍA PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS (VARIACIONES SOBRE RDP)

Ejemplos mil… tiempo?? Pues prisa, es mi sino 😅

1.- Aprendizaje basado en problemas, ¿ABP?

(Problem Based Learning, PBL): Metodología. Es difícil.

Definición??

- "Círculos matemáticos". Dimitri Fomin… (el "libro ruso")

  Capítulo 2 = Combinatoria 1_sin.pdf
  252 KB
  PDF

- Matemáticas 1 y 2 ed. Alhambra (1996-✝1999)… En fin 🤦

  Alhambra Longman 2ºESO
  6,6 MB
  PDF

  Alhambra Longman 2ºESO
  13,2 MB
  PDF

- Elige tu propia aventura (matemática):

-Una aventura matemática OK.pdf
1,2 MB

- Editorial Casals (2022). ¿Alguien usa? ¿Tendrá recorrido?

2ºESO CASALS ABProblemas y

2,6 MB

- Y, claro, el Programa para el razonamiento matemático (Junta CyL 2023-)

De momento libros de 1º ESO:

https://www.educa.jcyl.es/es/temas/calidad-evaluacion/plan-mejora-matematicas/educacion-secundaria/programa-experimental-mejora-razonamiento-ensenanza-matemat/

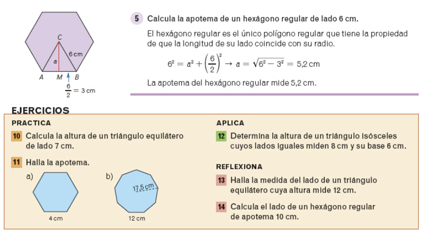
materiales-didacticos-matematicas

También… Ejemplo combinatoria

Tema 3 AL def.pdf
2,7 MB

2.- Problemas TIC, un trabajo que a mí me funciona muy bien para motivar la creatividad, la indagación (hacerse preguntas mientras intentas construir…) y la investigación: "DARLE LA VUELTA AL PROBLEMA (DVP :-)"

- El triángulo equilátero (2ºESO-Pitágoras)


5 Calcula la apotema de un hexágono regular de lado 6 cm.

El hexágono regular es el único polígono regular que tiene la propiedad de que la longitud de su lado coincide con su radio.

$$6^2 = a^2 + \left(\frac{6}{2}\right)^2 \rightarrow a = \sqrt{6^2 - 3^2} = 5{,}2 \text{ cm}$$

La apotema del hexágono regular mide 5,2 cm.

EJERCICIOS

PRACTICA

10 Calcula la altura de un triángulo equilátero de lado 7 cm.

11 Halla la apotema.

a) b)

APLICA

12 Determina la altura de un triángulo isósceles cuyos lados iguales miden 8 cm y su base 6 cm.

REFLEXIONA

13 Halla la medida del lado de un triángulo equilátero cuya altura mide 12 cm.

14 Calcula el lado de un hexágono regular de apotema 10 cm.

REFLEXIONA

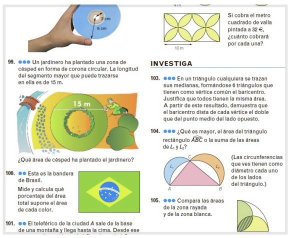
13 Halla la medida del lado de un triángulo equilátero cuya altura mide 12 cm.

14 Calcula el lado de un hexágono regular de apotema 10 cm.

- La corona circular (3ºESO-Figuras planas)

99. ●●● Un jardinero ha plantado una zona de césped en forma de corona circular. La longitud del segmento mayor que puede trazarse en ella es de 15 m.

¿Qué área de césped ha plantado el jardinero?

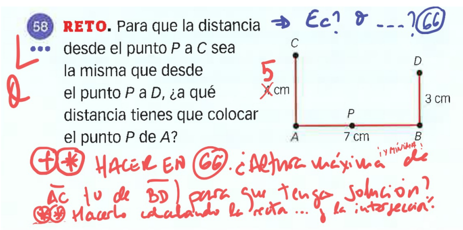


- El parque (4ºESO-Expresiones algebraicas)

-4ºEv por Competencias-1

26 KB

- Las palmeras a los lados de la calle (3ºESO-Pitágoras)

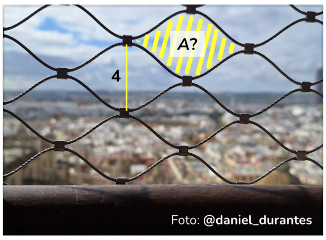


58 ●●● **RETO.** Para que la distancia desde el punto P a C sea la misma que desde el punto P a D, ¿a qué distancia tienes que colocar el punto P de A? → Ec? o ...? 66

+* HACER EN 66. ¿Altura máxima ¡y mínima! de $\overline{AC}$ (o de $\overline{BD}$) para que tenga solución?
** Hacerlo calculando la recta ... y la intersección.

DVP_HCM- darle la vuelta y extensión- punto medio dos
11 KB

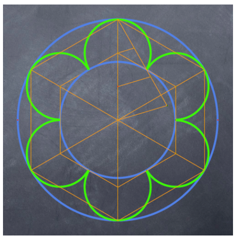
- Problemas de las redes sociales…

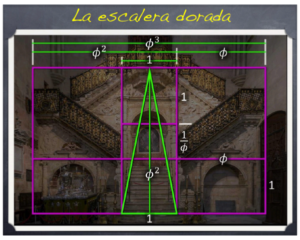


3.- Problemas en contexto: las "famosas" situaciones de aprendizaje.

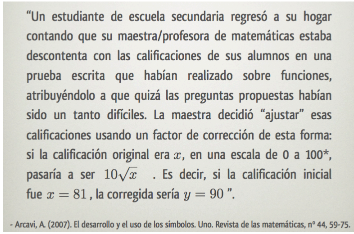
Algún ejemplo a modo de posibles sugerencias:

- Mirar el arte con ojos matemáticos: La catedral de Burgos



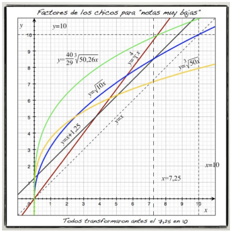


- Haciendo modelos con funciones: el caso de las malas notas

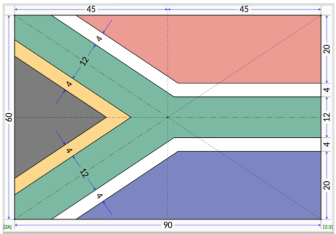


"Un estudiante de escuela secundaria regresó a su hogar contando que su maestra/profesora de matemáticas estaba descontenta con las calificaciones de sus alumnos en una prueba escrita que habían realizado sobre funciones, atribuyéndolo a que quizá las preguntas propuestas habían sido un tanto difíciles. La maestra decidió "ajustar" esas calificaciones usando un factor de corrección de esta forma: si la calificación original era x, en una escala de 0 a 100*, pasaría a ser $10\sqrt{x}$. Es decir, si la calificación inicial fue $x = 81$, la corregida sería $y = 90$ ".

- Arcavi, A. (2007). El desarrollo y el uso de los símbolos. Uno. Revista de las matemáticas, nº 44, 59-75.



- Diversión (matemática) con banderas



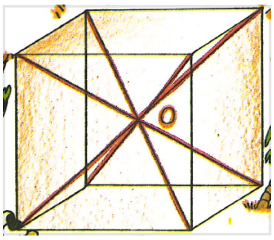
4.- Problemas con historia o historia con problemas:

"Ninguna materia pierde tanto cuando se le separa de su historia como las matemáticas"

Eric Temple Bell (1883-1960)

- Los egipcios y π

- Los egipcios y el volumen de la pirámide



- Tales y el triángulo inscrito en la circunferencia (ya hablamos)

Y "echar un rato": Círculos, clubs, pruebas y competiciones matemáticas.

- Olimpiadas

Problemas Categoría B Olimpiada

161 KB

- Canguro, concurso de primavera…

  2007_1_nivel2.pdf
  46 KB

- Prueba de selección EsTalMat

  PruebaSelección_CyL_3junio2023.p

  480 KB

- Calendarios y almanaques matemáticos

  09_MAYO_2019.pdf
  473 KB

- El problema de la semana, quincena, mes, etc…

Py+p_01 (Problemas y +

1,1 MB

PDF

Dia 1. Ejercitando las neuronas..pdf

641 KB

PDF

. . .

Bueno, pues muchas gracias. Me despido con "LA FRASE" (Polya):

"Lo que el profesor dice en clase no carece de importancia, pero que los alumnos piensan es mil veces más importante. Las ideas deben nacer en la mente de los alumnos y el profesor debe actuar tan solo como una comadrona"

Georges Polya (1887-1985)

Así que…
¿Habéis pensado cambiar de oficio y dedicaros a comadrona? 😄😄

Y, sí, como os podéis imaginar, nunca acabo el libro 🤷🏼‍♂️

Gracias a todos

ehernandoar@educa.jcyl.es