CURSO DE INICIACIÓN A GEOGEBRA

1.- Triángulo equilátero.

i. En la vista gráfica, desactivar los ejes y activar la cuadrícula.
ii. Seleccionar dos puntos A y B con la herramienta
iii. Con la herramienta trazar la circunferencia de centro A y que pasa por B y la de centro B que pasa por A.
iv. Con la herramienta calcular la intersección de las circunferencias.
v. Con la herramienta Polígono trazar el polígono ABC.

2.- Cuadrado

i. En la vista gráfica, desactivar los ejes y activar la cuadrícula.
ii. Seleccionar dos puntos **A** y **B** con la herramienta
iii. Con la herramienta trazar la circunferencia **c** de centro **A** y que pasa por **B**
iv. Con la herramienta trazar la recta **a** que pasa por **A** y **B**.
v. Con la herramienta trazar la recta perpendicular a ***a*** que pasa por **B**, ***b*** y la recta perpendicular a ***a*** que pasa por **A**, ***d***.
vi. Con la herramienta calcula el punto **C**, intersección de ***c*** y ***d***.
vii. Con la herramienta trazar la recta ***e***, perpendicular a ***d*** que pasa por ***C***.
viii. Con la herramienta calcula el punto **D**, intersección de ***e*** y ***b***.
ix. Con la herramienta trazar el polígono ABCD.
x. Medir los lados con la herramienta y los ángulos con la herramienta
xi. Ocultar los objetos auxiliares para que sólo quede el cuadrado.

3.- Triángulo conocidos los tres lados.

Supongamos que queremos construir un triángulo de lados 7, 5 y 3. Realizaremos los siguientes pasos:

i. Seleccionar un punto **A.**
ii. En la barra de entrada escribimos: (x(A)+7,y(A)) y se creará el punto **B**.
iii. Trazamos la circunferencia ***c*** de centro **A** y radio 5 con la herramienta .
iv. Trazamos la circunferencia ***d*** de centro **B** y radio 3.
v. Calculamos el punto **C**, intersección de las circunferencias ***c*** y ***d***.
vi. Dibujamos el polígono ABC.
vii. Por último, ocultamos los objetos auxiliares.

4.- Triángulo conocidos los tres lados (una mejora de la versión anterior)

i. Insertamos tres deslizadores ***a, b*** y ***c*** con la herramienta .
ii. Seleccionar un punto **A**.
iii. Con la herramienta **Segmento de longitud fija** trazamos el segmento ***d*** con origen en **A** y de longitud ***a***.

iv. Trazamos la circunferencia ***e*** de centro **A** y radio ***b***.

v. Trazamos la circunferencia ***f*** de centro **B** y radio ***c***.

vi. Calculamos un punto de intersección de las circunferencias anteriores.

vii. Construimos el polígono ABC.

viii. Ocultamos los objetos auxiliares.

ix. Con la herramienta **Elige y mueve**, desplazamos los deslizadores para ver el efecto.

5.- Triángulo conocidos dos lados y el ángulo comprendido.

Supongamos que queremos construir un triángulo de lados 7 y 5 y ángulo comprendido de 52º. Realizaremos los siguientes pasos:

i. Seleccionar un punto **A.**

ii. En la barra de entrada escribimos: (x(A)+7,y(A)) y se creará el punto **B**.

iii. Con la herramienta **ángulo dada su amplitud** dibujamos el ángulo de 52º (pinchamos en B, luego en A e introducimos 52º en el menú emergente). Se crea además un punto **B’**.

iv. Con la herramienta Semirrecta, trazamos la semirrecta ***a*** con origen en **A** y que pasa por **B’**.

v. Trazamos la circunferencia de centro **A** y radio 5.

vi. Calculamos el punto **C** intersección de la circunferencia y la semirrecta.

vii. Dibujamos el polígono ABC.

viii. Por último, ocultamos los objetos auxiliares.

Ejercicio: Con el uso de deslizadores, mejorar la construcción anterior.

6.- Triángulo conocidos un lado y los ángulos adyacentes.

Supongamos que queremos construir un triángulo de lado 7 y ángulos adyacentes de 52º y 37º. Realizaremos los siguientes pasos:

i. Seleccionar un punto **A.**

ii. En la barra de entrada escribimos: (x(A)+7,y(A)) y se creará el punto **B**.

iii. Dibujamos el ángulo de 52º y 37º (Ojo, uno habrá que hacerlo en sentido antihorario y el otro en sentido horario). Se crean los puntos **A’** y **B’**.

iv. Trazamos la semirrecta ***a*** con origen en **A** que pasa por **B’** y la semirrecta ***b*** con origen en **B** que pasa por **A’**.

v. Calculamos el punto **C** intersección de las semirrectas.

vi. Dibujamos el polígono ABC.

vii. Por último, ocultamos los objetos auxiliares.

Ejercicio: Con el uso de deslizadores, mejorar la construcción anterior.

7.- Baricentro de un triángulo.

i. Seleccionar tres puntos **A, B** y **C** no alineados**.**

ii. Dibujamos el polígono ABC.

iii. Con la herramienta Punto medio, calculamos los puntos medios de los lados del triángulo **D**, **E** y **F**.

iv. Con la herramienta Segmento entre dos puntos, trazamos los segmentos ***d, e*** y ***f*** que unen cada vértice con el punto medio del lado opuesto.

v. Calculamos el punto **G** intersección de dos de los segmentos anteriores.

vi. Si queremos ver que el baricentro divide a la mediana en dos segmentos, uno doble que el otro, trazamos los segmentos ***g*** y ***h*** que unen **A** y **G** y **G** y **F.** Después introducimos con la herramienta **Texto** lo siguiente: “\frac{\overline{AG}}{\overline{GF}}=” + (g/h). Veremos que aunque desplacemos los vértices del triángulo, el valor del cociente se mantiene.

8.- Ortocentro de un triángulo.

i. Seleccionar tres puntos **A, B** y **C** no alineados**.**

ii. Dibujamos el polígono ABC.

iii. Trazamos las rectas ***d***, ***e*** y ***f*** que pasan por cada uno de los vértices y son perpendiculares a los lados opuestos.

iv. Calculamos el punto **D** intersección de dos de las rectas anteriores. Pinchamos con el botón derecho del ratón sobre el punto **D** y seleccionamos el comando **Renombra** del menú emergente y le cambiamos el nombre a **Ortocentro**.

v. Mover uno de los vértices para comprobar la posición del ortocentro según el tipo de triángulo.

9.- Circuncentro de un triángulo.

i. Seleccionar tres puntos **A, B** y **C** no alineados**.**

ii. Dibujamos el polígono ABC.

iii. Calculamos los puntos medios **D**, **E** y **F** de los lados del triángulo.

iv. Trazamos las rectas ***d***, ***e*** y ***f*** que pasan por los puntos **D**, **E** y **F** y que son perpendiculares a los lados del triángulo.

v. Calculamos el punto **G** intersección de dos de las rectas anteriores. Renombramos el punto a **Circuncentro**.

vi. Mover uno de los vértices para comprobar la posición del circuncentro según el tipo de triángulo.

vii. Trazamos la circunferencia de centro el Circuncentro y que pasa por uno de los vértices.

10.-Incentro de un triángulo.

i. Seleccionar tres puntos **A, B** y **C** no alineados**.**

ii. Dibujamos el polígono ABC.

iii. Con la herramienta **Bisectriz** trazamos las bisectrices ***d*** y ***e*** de los ángulos **B** y **C.**
iv. Calculamos el punto **D** intersección de las dos bisectrices anteriores. Renombramos el punto a **Incentro**.
v. Dibujamos la recta ***f*** perpendicular al lado BC que pasa por el incentro.
vi. Calculamos el punto **E** intersección del lado BC y la recta ***f***.
vii. Trazamos la circunferencia de centro el Incentro y que pasa por **E**.

11.-Recta de Euler.

i. Seleccionar tres puntos **A, B** y **C** no alineados**.**
ii. Dibujamos el polígono ABC.
iii. Determinamos, según hemos hecho en los ejercicios anteriores, los puntos notables del triángulo, renombrándolos adecuadamente.
iv. Dibujamos la recta que pasa por el baricentro y el circuncentro. Se ve que también pasa por el ortocentro pero no necesariamente por el incentro.

12.-División de un segmento en partes iguales.

i. Dibujamos un segmento ***a*** de extremos **A** y **B**.
ii. Con origen en **A**, dibujamos una semirrecta ***b***.
iii. Insertamos un deslizador, ***c***, de valor mínimo 1, valor máximo 2 y e incremento 0.5.
iv. Con centro en **A**, trazamos la circunferencia ***d*** de radio ***c***.
v. Calculamos el punto **D**, intersección de la circunferencia ***d*** y la semirrecta ***b***.
vi. Trazamos la circunferencia ***e*** de centro **D** y radio ***c***.
vii. Calculamos el punto **E**, intersección de la circunferencia ***e*** y la semirrecta ***b***.
viii. Repetimos los pasos vi y vii tantas veces como partes iguales en que quedará dividido el segmento.
ix. Trazamos el segmento que une el último punto sobre la semirrecta con el punto **B**.
x. Con la herramienta **Recta paralela** trazamos paralelas al segmento anterior que pasan por los puntos determinados sobre la semirrecta.
xi. Calculamos los puntos de intersección de las rectas paralelas con el segmento ***a***.
xii. Dibujamos los segmentos que unen cada punto del segmento con el siguiente.
xiii. Con la herramienta **Longitud**, medimos los segmentos y comprobamos que son iguales.

Ejercicio: Representar algunos números irracionales como $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$, etc…

13.-Construcción de un polígono regular.

i. Dibujamos la circunferencia ***c*** que pasa por los puntos **A** y **B**.
ii. Trazamos la semirrecta ***a*** con origen en **B** que pasa por **A**.
iii. Seleccionamos un punto **C** de la circunferencia ***c***.
iv. Trazamos la semirrecta ***b*** con origen en **B** que pasa por **C**.
v. Seleccionamos un punto **D** de la semirrecta ***b***.

vi. Dibujamos la circunferencia ***d*** con centro en **D** que pasa por **B**.
vii. Calculamos el punto **E**, intersección de la circunferencia ***d*** con la semirrecta ***b***.
viii. Trazamos la circunferencia ***e*** con centro en **E** que pasa por **D**.
ix. Repetimos los pasos anteriores tantas veces como lados tenga el polígono regular que queremos construir. En este caso es un heptágono. Sobre la semirrecta ***b*** obtenemos los puntos **D**, **E**, **F**, **G**, **H**, **I** y **J**.
x. Calculamos el punto de corte **K** de la circunferencia ***c*** y la semirrecta ***a***.
xi. Unimos mediante un segmento el punto **J** con el punto **K**.
xii. Trazamos paralelas al segmento anterior que pasen por los puntos determinados sobre la semirrecta ***b***. Calculamos los puntos de corte de estas rectas paralelas con la semirrecta ***a***. Obtenemos los puntos **L**, **M**, **N**, **O**, **P** y **Q**.
xiii. Trazamos la circunferencia con centro en **K** que pasa por **B** y la circunferencia con centro en **B** que pasa por **K**.
xiv. Calculamos el punto de corte de ambas circunferencias, **R**.
xv. Trazamos la semirrecta $\boldsymbol{f_1}$ con origen en **R** que pasa por **M**.
xvi. Calculamos el punto de corte **S** de la semirrecta $\boldsymbol{f_1}$ con la circunferencia ***c***.
xvii. Trazamos el segmento de extremos **B** y **S.** Este segmento es el lado del polígono regular.
xviii. Mediante circunferencias, calculamos el resto de los vértices del polígono.
xix. Unimos los vértices mediante la herramienta polígono.

14.-Teorema de Pitágoras.

i. Dibujamos un punto **A.**
ii. Insertamos un deslizador ***b*** con valor mínimo 1, valor máximo 10 e incremento 1
iii. En la barra de entrada introducimos: (x(A)+b, y(A)). Se crea el punto **B**.
iv. Dibujamos la recta que pasa por los puntos **A** y **B**.
v. Trazamos la recta que pasa por **A** y que es perpendicular a la anterior.
vi. Seleccionamos un punto **C** en la recta del paso v.
vii. Dibujamos el polígono de vértices **A**, **B** y **C**. Cambiamos el color del objeto.
viii. En la barra de entrada introducimos: (x(B)+y(C),y(B)). Se crea el punto **D**.
ix. En la barra de entrada introducimos: (x(D),y(D)+b). Se crea el punto **E**.
x. Dibujamos el triángulo de vértices **B**, **D** y **E**.
xi. En la barra de entrada introducimos: (x(E),y(E)+y(C)). Se crea el punto **F**.
xii. En la barra de entrada introducimos: (x(F)-b, y(F)). Se crea el punto **G**.
xiii. Dibujamos el triángulo de vértices **E**, **F** y **G**.
xiv. En la barra de entrada introducimos: (x(G)-y(C), y(G)). Se crea el punto **H**.
xv. Dibujamos el triángulo de vértices **C**, H y **G**.
xvi. Dibujamos el cuadrado de vértices **B**, **C**, **G** y **E**. Cambiamos el color del objeto.
xvii. Dibujamos el cuadrado de vértices **A**, **D**, **F** y **H**.
xviii. Calculamos el área de este último cuadrado de las dos formas diferentes posibles para ver que se verifica el teorema de Pitágoras.

15.-Herramienta cuadrado.

i. Dibujamos dos puntos **A** y **B.**
ii. Trazamos la circunferencia ***c*** con centro en **A** que pasa por **B**.
iii. Dibujamos la recta ***a*** que pasa por los puntos **A** y **B**.
iv. Trazamos la recta ***b*** que pasa por **B** y es perpendicular a ***a***.
v. Trazamos la recta ***d*** que pasa por **A** y es perpendicular a ***a***.
vi. Calculamos el punto de intersección **C** de la recta ***d*** y de la circunferencia ***c***.
vii. Trazamos la recta ***e*** que pasa por **C** y es perpendicular a ***d***.
viii. Calculamos el punto de intersección **D** de las rectas ***b*** y ***e***.
ix. Dibujamos el cuadrado de vértices **A**, **B**, **C** y **D**.
x. En el menú **Herramientas** seleccionamos el comando **Creación de herramienta nueva**.
xi. En la ficha **Objetos de salida** seleccionamos **Cuadrilátero polígono1**.
xii. En la ficha **Objetos de entrada** seleccionamos los puntos **A** y **B**.
xiii. En la ficha **Nombre e Icono** le ponemos un nombre a la herramienta, al comando y en la ayuda escribimos: **dos puntos**. Activamos la casilla **Mostrar en la barra de herramientas.**
xiv. Guardamos el archivo como herramienta cuadrado.

16.-Comprobación del teorema de Pitágoras.

i. Abrimos el archivo Herramienta cuadrado.
ii. Dibujamos dos puntos **A** y **B.**
iii. Dibujamos la recta ***d*** que pasa por los puntos **A** y **B**.
iv. Trazamos la recta ***e*** que pasa por **A** y que es perpendicular a ***d***.
v. Seleccionamos un punto **C** en la recta ***e***.
vi. Dibujamos el triángulo de vértices **A**, **B** y **C**. Cambiamos el color del objeto.
vii. Con la herramienta cuadrado dibujamos los cuadrados seleccionando los puntos **A** y **B**, luego los puntos **A** y **C** y, por último, los puntos **B** y **C**.
viii. Insertamos el texto: "a^{2}=" + (a^2)
ix. Insertamos el texto: "b^{2}+c^{2}=" +(b^2 + c^2)
x. Movemos los vértices para comprobar que se mantiene la igualdad.

17.-Proporción áurea

Tratamos de dividir un segmento de una longitud cualquiera en otros dos que estén en proporción áurea. Para ello dibujamos un triángulo rectángulo cuyos catetos tengan longitud **a** y **a/2**.

i. Dibujamos un punto **A.**
ii. Insertamos un deslizador ***a*** de Valor mínimo 1, Valor máximo 10 e Incremento 1. Fijamos el valor en 7 con la herramienta **Elige y Mueve**.
iii. En la barra de entrada escribimos **(x(A), y(A) +a)**. Ya tenemos el vértice **B**.
iv. En la barra de entrada escribimos **(x(B)+a/2, y(B))**. Ya tenemos el vértice **C**.
v. Dibujamos el triángulo de vértices **A**, **B** y **C** con la herramienta polígono.
vi. Trazamos la circunferencia ***d*** con centro en **C** que pasa por **B**.

vii. Hallamos el punto de corte, **D**, de la hipotenusa del triángulo **ABC** con la circunferencia ***d***.

viii. Trazamos la circunferencia ***e*** con centro en **A** que pasa por **D**.

ix. Hallamos el punto de corte, **E**, del cateto **AB** con la circunferencia ***e***.

x. Los segmentos **AE** y **BE** están en proporción áurea. Para comprobarlo insertamos un texto que calcule el cociente entre ambos segmentos, en el comando **Redondeo** del menú **Opciones** seleccionamos **10 Lugares decimales** y desplazamos el deslizador para ver que el cociente no cambia.

18.-Rectángulo de oro.

A partir de la construcción anterior, vamos a construir el rectángulo áureo.

i. Abrimos el archivo de la construcción anterior.

ii. Trazamos la circunferencia ***h*** con centro en el punto **E** que pasa por **B.**

iii. Dibujamos la recta ***i*** que pasa por **E** y es perpendicular el cateto **AB**.

iv. Calculamos el punto de corte, **F**, de la circunferencia ***h*** y de la recta ***i***.

v. Dibujamos la recta ***j*** que pasa por **F** y es perpendicular a ***i***.

vi. Dibujamos la recta ***k*** que pasa por **A** y es perpendicular el cateto **AB**.

vii. Calculamos el punto de corte, **G**, de las rectas ***j*** y ***k***.

viii. Dibujamos el rectángulo AEFG.

ix. Insertamos un texto que nos dé el cociente entre **AE** y **AG**.

x. Ocultamos los objetos auxiliares de la construcción.

xi. Movemos el deslizador para comprobar que el valor del cociente se mantiene.

19.-Espiral áurea.

A partir de la construcción anterior, vamos a construir la espiral áurea.

i. Abrimos el archivo de la construcción anterior.

ii. Creamos un nuevo rectángulo áureo adosando un cuadrado a la derecha del rectángulo áureo ya construido. Evidentemente el lado del cuadrado coincide con el lado mayor del rectángulo.

iii. Repetimos el proceso 7 veces siguiendo el sentido inverso de las agujas del reloj.

iv. Por último, tazamos los arcos de circunferencia necesarios para obtener la espiral.

Ejercicio: Construir la espiral de Fibonacci.

20.-Traslaciones.

i. En la barra de entrada escribimos: u=(2,-6) y creamos el vector ***u***.

ii. Dibujamos tres puntos **A**, **B** y **C** no alineados.

iii. Con la herramienta  **Traslada objeto por un vector**, calculamos los puntos homólogos de **A**, **B** y **C**, a saber, **A'**, **B'** y **C'**.

iv. En el menú contextual de estos seis objetos seleccionamos **Propiedades de Objeto**. En la ficha **Básico** seleccionamos **Nombre y Valor** en la casilla **Mostrar Rótulo**.

v. Dibujamos los segmentos **AA’**, **BB’** y **CC’**. En las propiedades de objeto, seleccionamos una línea discontinua en la ficha **Estilo**.

vi. Dibujamos los triángulos **ABC** y **A’B’C’**.

vii. Insertamos textos que nos den las medidas de los lados de los dos triángulos, las longitudes de los segmentos **AA’**, **BB’** y **CC’** y el módulo del vector ***u***.

viii. Medimos los ángulos de los dos triángulos, observando que se mantiene la orientación.

ix. Observamos que las coordenadas de los puntos trasladados se obtienen sumando a las coordenadas de los puntos iniciales las coordenadas del vector ***u***.

x. Variamos la longitud, el sentido y el módulo del vector ***u***.

Ejercicio: Diseñar una actividad para dos traslaciones sucesivas.

21.-Giros.

i. Dibujamos tres puntos **A**, **B** y **C** no alineados. Dibujamos otro punto y lo renombramos a **O**.

ii. Con la herramienta  **Ángulo dada su amplitud**, calculamos los puntos homólogos de **A**, **B** y **C**, a saber, **A’**, **B’** y **C’**. Para ello hacemos clic en **A**, luego en **O** y por último introducimos el valor del ángulo y seleccionamos el sentido de giro.

iii. Dibujamos los segmentos **AO, A’O**, **BO, B’O, CO** y **C’O**. En las propiedades de objeto, seleccionamos una línea discontinua en la ficha **Estilo**.

iv. Dibujamos los triángulos **ABC** y **A’B’C’**.

v. Medimos los lados de los dos triángulos y las longitudes de los segmentos **AO, A’O**, **BO, B’O, CO** y **C’O**.

vi. Medimos los ángulos de los dos triángulos, observando que se mantiene la orientación.

vii. Variamos la posición del centro de giro **O** y los vértices del triángulo **ABC**.

Ejercicio 1: Diseñar una actividad en la que dados un triángulo y su transformado por un giro, se calcule el centro de giro.

Ejercicio 2: Diseñar una actividad para dos giros sucesivos con igual centro.

22.-Simetría Axial.

i. Dibujamos tres puntos **A**, **B** y **C** no alineados.

ii. Trazamos una recta ***d*** que pasa por dos puntos **D** y **E,** distintos de los anteriores.

iii. Dibujamos el triángulo **ABC**.

iv. Trazamos las rectas ***e***, ***f*** y ***g*** que pasan por **A**, **B** y **C** respectivamente y que son perpendiculares a ***d***.

v. Calculamos los puntos de intersección **F**, **G** y **H** de las rectas ***e***, ***f*** y ***g*** con la recta ***d***.

vi. Trazamos la circunferencia ***h*** con centro en **F** que pasa por **A**, la circunferencia ***j*** con centro en **G** que pasa por **B** y la circunferencia ***k*** con centro en **H** que pasa por **C**.

vii. Calculamos los puntos de corte de dichas circunferencias con las rectas ***e***, ***f*** y ***g***. Los renombramos a **A’**, **B’** y **C’**.

viii. Construimos el triángulo de vértices **A’**, **B’** y **C’**.

ix. Medimos los lados y los ángulos de ambos triángulos. Obsérvese que la simetría mantiene la amplitud de los ángulos pero no su orientación.

Ejercicio 1: Simetrías respecto de los ejes coordenados.

Ejercicio 2: Constrúyase una composición de simetrías axiales de ejes paralelos y demuéstrese que es equivalente a una traslación de vector $\vec{u}$ cuyo módulo es igual al doble de la distancia entre los ejes de simetría, cuya dirección es la de la perpendicular a los ejes y cuyo sentido es el que va del primer eje al segundo.

Ejercicio 3: Constrúyase una composición de simetrías axiales de ejes secantes y demuéstrese que es equivalente a un giro de centro el punto de corte de ambos ejes, ángulo igual al doble del que forman los ejes de simetría y sentido el que va del primer eje al segundo.

23.-Circunferencia

i. Dibujamos un punto **A** y lo renombramos a **O**.

ii. Insertamos un deslizador ***r*** de valor mínimo 1, valor máximo 10 e incremento 0.5.

iii. En la barra de entrada escribimos: O + (r, 0). Se crea el punto **B**.

iv. Dibujamos la circunferencia ***c*** de centro **O** que pasa por **B**.

v. Seleccionamos un punto **P** sobre la circunferencia ***c***.

vi. Ocultamos la circunferencia ***c***. Ocultamos el rótulo de **P**.

vii. Dibujamos el segmento de extremos **O** y **P**.

viii. En la barra de entrada introducimos: P’ = P + (0, 0). Ocultamos su rótulo.

ix. Con la herramienta  insertamos una casilla de verificación. En el menú contextual que aparece al hacer clic en la vista gráfica introducimos en el cuadro de texto **Subtítulo**: **Activa rastro de P** y en la lista desplegable **Selección de objetos de la construcción o de la lista** seleccionamos el punto **P’**.

x. Activamos la casilla de verificación y movemos el punto P’ para ver cómo se construye la circunferencia.

24.-Elipse.

i. Dibujamos un punto **A** y lo renombramos a **F**.

ii. Insertamos un deslizador ***a*** de valor mínimo 1, valor máximo 6 e incremento 0.5.

iii. En la barra de entrada escribimos: F + (2*a*, 0). Se crea el punto **B**. Lo renombramos a **F’**.

iv. En la barra de entrada introducimos: Elipse [F,F’,2*a*]. Se crea la elipse ***c***.

v. Seleccionamos un punto **P** sobre la elipse ***c***.

vi. Ocultamos la elipse ***c***. Ocultamos el rótulo de **P**.

vii. En la barra de entrada introducimos: P’ = P + (0, 0). Ocultamos su rótulo y activamos su rastro.

viii. Insertamos una casilla de verificación ***f*** y ponemos en el **Subtítulo**: **Activa rastro de P**.
ix. Hacemos clic con el botón derecho en el punto **P’** (en la vista algebraica) y seleccionamos el comando **Propiedades de objeto**. En el cuadro de texto **Condición para exponer el objeto** de la pestaña **Avanzado** introducimos f y cerramos la ventana.
x. Activamos la casilla de verificación y arrastramos el punto **P**. Veremos que se dibuja la elipse.
xi. Cambiamos los valores del deslizador para dibujar diferentes elipses.

25.-Otra Elipse.

Supongamos que queremos dibujar una elipse cuyos focos son F(2,-2), F’(2,-9) y semieje mayor igual a 5. Procederemos del siguiente modo:

i. Dibujamos los focos **F** y **F’**.
ii. Trazamos el segmento ***a*** que une **F** y **F’**.
iii. Calculamos el punto medio **O** del segmento ***a***.
iv. Trazamos la recta ***b*** perpendicular al segmento ***a*** que pasa por **O**.
v. Dibujamos la circunferencia ***c*** de centro **O** y radio 5.
vi. Dibujamos la recta ***d*** que pasa por los puntos **F** y **F’**.
vii. Calculamos los puntos de corte **A** y **A’** de la recta ***d*** con la circunferencia ***c***.
viii. Seleccionamos un punto cualquiera **H** sobre el segmento ***a***. Quizá debamos ocultar la recta ***d*** para hacer bien la selección.
ix. Dibujamos la circunferencia ***e*** de centro **F** y radio la distancia de **H** a **A** y la circunferencia ***f*** de centro F’ y radio la distancia de **H** a **A’**.
x. Calculamos los puntos de corte **B** y **C** de las circunferencias ***e*** y ***f***.
xi. Dibujamos la elipse que tiene como focos **F** y **F’** y que pasa por **B**.

26.-Otra más.

i. Insertamos dos deslizadores ***b*** y ***c*** de valor mínimo 0, valor máximo 10 e incremento 1.
ii. En la barra de entrada introducimos (0, b) (lo renombramos a **B**), (0, -b) (lo renombramos a **B’**), (-c, 0) (lo renombramos a **F**) y (c, 0) (lo renombramos a **F’**).
iii. En la barra de entrada introducimos: (b^2+c^2)^0.5. se crea el número ***a***.
iv. En la barra de entrada escribimos: (-a, 0) (punto **A**) y (a, 0) (punto **A’)**.
v. Dibujamos la elipse ***d*** de focos **F** y F’ que pasa por **A**.
vi. Seleccionamos un punto cualquiera **C** sobre la elipse ***d***.
vii. Dibujamos los segmentos ***e*** y ***f*** que unen el punto **C** con los focos **F** y **F’**.
viii. Introducimos dos textos que nos den la suma de las longitudes de los segmentos ***e*** y ***f*** y la excentricidad.

27.-Hipérbola.

i. Dibujamos dos puntos **F** y **F’**.
ii. Trazamos la recta ***a*** que pasa por **F** y **F’**.
iii. Trazamos la mediatriz ***b*** del segmento **FF’**.
iv. Calculamos el punto de corte **O** de las rectas ***a*** y ***b***.
v. Seleccionamos un punto cualquiera **A**.
vi. En la barra de entrada introducimos: **Hipérbola** [**F,F’**,**A**].
vii. Seleccionamos dos puntos **P** y **Q** sobre la hipérbola ***c***.
viii. Ocultamos la hipérbola ***c*** y el punto **A**.
ix. En la barra de entrada introducimos: **P’=P+(0,0)** y **Q’=Q+(0,0)**. Activamos los rastros de P’ y Q’ y los ocultamos.
xii. Insertamos una casilla de verificación ***d*** y ponemos en el **Subtítulo**: **Activa rastro de P y Q**.
x. En la pestaña Avanzado de las propiedades de **P’** y **Q’** escribimos ***d***.
xi. Arrastramos los puntos **P** y **Q** (con la casilla de verificación activada) para crear las dos ramas de la hipérbola.

28.-Parábola

i. Dibujamos dos puntos **A** y **B** y la recta ***a*** que pasa por ellos. Ocultamos los rótulos de los puntos.
ii. Dibujamos otro punto y lo renombramos a **F**.
iii. Seleccionamos un punto cualquiera **C** sobre la recta ***a***.
iv. Trazamos la recta ***b*** que pasa por **C** perpendicular a ***a***.
v. Dibujamos la mediatriz ***c*** de los puntos **C** y **F**.
vi. Calculamos el punto de intersección de ***b*** y ***c***. Lo renombramos a **P**.
vii. En la barra de entrada introducimos: **P’ = P + (0, 0)**. Activamos el rastro de **P’** y lo ocultamos.
viii. Insertamos una casilla de verificación ***d*** y ponemos en el **Subtítulo**: **Activa rastro de P**.
ix. Trazamos los segmentos que unen **P** con **C** y **P** con **F**. Les cambiamos el color a rojo.
x. Activar la casilla de verificación y arrastrar el punto **C**.

29.-Funciones Elementales

Vamos a representar gráficamente las funciones lineal, afín, cuadrática, valor absoluto, parte entera, raíz cuadrada, proporcionalidad inversa y una función definida a trozos.

i. Insertamos tres deslizadores ***a***, ***b*** y ***c*** de valor mínimo -5, valor máximo 5 e incremento 0,5.
ii. Escribimos en la barra de entrada: a x, a x + b, a x^2 + b x + c, abs(x), floor(x), sqrt(x), 1/x, Si[x≤-1, x, Si[-1<x<3,-3+x^2, 1/x]]. Se representan las funciones definidas.

iii. Para dar más claridad a la construcción, cambiamos el color de las funciones y les ponemos un estilo más grueso. Además, introducimos ocho casillas de verificación (una para cada función), le ponemos el subtítulo correspondiente a cada una de las funciones y en las propiedades de cada función ponemos la condición de que sea visible cuando la casilla de verificación esté activada.

iv. Seleccionamos dos puntos cualesquiera **A** y **B** de la función afín. Trazamos una recta que pase por **A** y sea paralela al eje OY y una recta que pase por **B** paralela al eje OX. Calculamos el punto **C**, intersección de ambas rectas. Introducimos un cuadro de texto que nos de la pendiente de la recta: “pendiente=” + ((y(A)-y(C))/(x(B)-x(C))). En las propiedades del texto, hacemos que se haga visible sólo cuando sea visible la función afín.

v. Calculamos las raíces, el vértice y el punto de corte con el eje vertical de la función cuadrática. Los hacemos visibles sólo cuando la función cuadrática lo sea.

EJERCICIOS

1. Dadas dos rectas r y s y un punto P, trazar por P una recta tal que sus puntos de intersección con r y s determinen un segmento cuyo punto medio sea P.

   La recta r’ simétrica de r respecto a P, corta a s en un punto A que es uno de los vértices buscados.

2. Construir un triángulo equilátero cuyos vértices A, B y C estén situados, respectivamente, en las rectas r, s y t que son paralelas entre sí.

   Elegido un punto A de r como vértice del triángulo, se aplica a la recta s un giro de centro A y ángulo 60º. La recta s’ obtenida corta a t en el punto C que será otro vértice.

3 Construir un cuadrado que tenga un vértice en un punto dado O y los dos contiguos A y B en la recta r el primero de ellos y en la recta s el segundo suponiendo que estas rectas no pasan por O.

Aplíquese a la recta r un giro de centro O y ángulo 90º. La recta r’ obtenida corta a s en el vértice B.

4 Dados en un plano dos puntos M y N y dos rectas r y r’, construir un paralelogramo MNPQ de forma que los vértices estén cada uno en una de las rectas dadas.

Aplíquese a la recta r la traslación de vector MN. Su transformada corta a r’ en un punto P que será otro de los vértices del paralelogramo.

5 Dadas en el plano dos circunferencias de centros O y O’ respectivamente, encontrar un punto A de la primera y un punto B de la segunda de manera que el segmento AB tenga longitud y dirección iguales a las de un vector dado.

Aplíquese a una de las circunferencias una traslación definida por el vector de módulo, dirección y sentido iguales a los del vector dado. La circunferencia obtenida corta a la de centro O’ en dos puntos (en general) que serán los extremos B de las posibles soluciones.

6 Dados dos puntos A y B a un mismo lado de una recta dada r, hallar el punto C de r de forma que la suma de los segmentos AC y CB sea mínima.

Hallando el simétrico B’ de B respecto de r, la recta AB’ corta a r en el punto C buscado.

7 Dado un triángulo ABC dibujar un cuadrado de vértices MNPQ de forma que los vértices M y N estén sobre el lado BC, el vértice P sobre el lado AC y el vértice Q sobre el lado AB.

Constrúyase, en el exterior del triángulo, el cuadrado BRSC. La recta AR corta al lado BC en el vértice M del cuadrado y la homotecia de centro A y razón $k = \dfrac{\overline{AM}}{\overline{AR}}$ *transforma el cuadrado en el buscado.*

8 Los focos de una elipse son $F(-1,1), F'(5,3)$ y su semieje mayor mide 4 unidades. Determina el resto de elementos de la elipse.