

# U. Didáctica 3: Potencias y raíces

## A) POTENCIAS

- Una potencia es una forma abreviada de escribir un producto de factores iguales:  
$$a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$$
- $a^n$  se lee “a elevado a n”, donde **a** es la **base** de la potencia y **n** es el **exponente**.
- Para calcular una potencia se multiplica la base tantas veces como indica el exponente.
- Para cualquier valor de  $a \neq 0$  se tiene que:  $a^0 = 1$  y  $a^1 = a$ .
- También se cumple:  $1^n = 1$  y  $0^n = 0$ .
- Ten en cuenta que si la **base es negativa** y el **exponente es par** la potencia es **positiva**:  
 $(-a)^{n^{\text{par}}} = (+)$ . Ejemplo:  $(-2)^2 = 4$
- Análogamente, si la **base es negativa** y el **exponente es impar**, la potencia es **negativa**:  
 $(-a)^{n^{\text{impar}}} = (-)$ . Ejemplo:  $(-2)^3 = -8$

### 1. Observa los ejemplos y calcula

- |                         |  |
|-------------------------|--|
| • $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$ | • $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$          |
| • $7^1 = 7$             | • $8^4 = 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 4096$ |
| a) $2^5 =$              | b) $(-3)^2 =$                              |
| c) $5^0 =$              | d) $(-3)^3 =$                              |
| e) $9^2 =$              | f) $-2^2 =$                                |
| g) $6^3 =$              | h) $-2^3 =$                                |
| i) $0^5 =$              | j) $(-1)^2 =$                              |
| k) $3^4 =$              | l) $(-1)^3 =$                              |
| m) $1^7 =$              | n) $(-4)^0 =$                              |

## B) POTENCIAS DE BASE 10. APLICACIONES

Una potencia de base 10 es igual a la unidad seguida de tantos ceros como indica el exponente:  
 $10^6 = 1000000$

### 1. Escribe con todas las cifras:

- a)  $10^3 =$                       b)  $10^8 =$                       c)  $10^{13} =$

2. Transforma como en el ejemplo:  $17000000 = 17 \cdot 10^6$

a)  $7\ 000 =$

b)  $130\ 000 =$

c)  $5\ 000\ 000\ 000 =$

3. Escribe como potencias de base 10:

- un millón: .....
- 20.000: .....
- 35.000: .....
- 300.000: .....
- 100 millones: .....
- 800: .....
- 550.000: .....
- 12.000.000: .....
- 10.000 millones: .....

4. Ordena de mayor a menor:

$72 \cdot 10^4$

$9 \cdot 10^5$

$10^7$

$162 \cdot 10^3$

$54 \cdot 10^4$

## C) OPERACIONES CON POTENCIAS

Al operar con potencias tenemos que fijarnos cómo son las bases y los exponentes:

- **Productos:**

a) Si tienen la **misma base** y **distintos exponentes**, se deja esa base y se suman los exponentes

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

b) Si tienen **distinta base**, pero **el mismo exponente**, se multiplican las bases y se deja el mismo exponente:  $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

- **Cocientes:**

a) Si tienen la **misma base** y **distintos exponentes**, se deja esa base y se restan los exponentes

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

b) Si tienen **distinta base**, pero **el mismo exponente**, se multiplican las bases y se deja el mismo exponente:  $a^n : b^n = (a : b)^n$

- **La potencia** de un **producto** es igual al producto de las potencias de los factores.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

- **La potencia** de un **cociente** es igual al cociente de las potencias del dividendo y del divisor.

$$(a : b)^n = a^n : b^n$$

- Para **eleva** una **potencia** a **otra potencia**, se deja la misma base y se **multiplican** los exponentes.  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

## 1. Observa los ejemplos y expresa como única potencia

•  $5^4 \cdot 5^2 = 5^6$

•  $7^3 \cdot 7^2 = 7^5$

•  $3^7 \cdot 3 = 3^8$

•  $5^8 : 5^2 = 5^6$

•  $7^3 : 7^0 = 7^3$

•  $3^6 : 3 = 3^5$

(si no hay exponente es porque es 1)

a)  $8^5 \cdot 8^4 =$

b)  $8^5 : 8^2 =$

c)  $3^9 \cdot 3^7 =$

d)  $3^9 : 3^7 =$

e)  $1^3 \cdot 1^4 =$

f)  $1^9 : 1^4 =$

g)  $2^{10} \cdot 2^{13} =$

h)  $2^{57} : 2^{10} =$

i)  $2^5 \cdot 2 =$

j)  $2^5 : 2 =$

k)  $8 \cdot 8^{45} =$

l)  $8^5 : 8^4 =$

m)  $2^3 \cdot 2^5 \cdot 2^2 =$

n)  $7^2 \cdot 7^3 \cdot 7^4 =$

o)  $3^2 \cdot 3 \cdot 3^4 =$

a)  $\frac{3^7}{3^5} = 3^2$

b)  $\frac{3^5}{3^4} =$

c)  $\frac{2^{12}}{2^8} =$

d)  $\frac{7^{25}}{7^{15}} =$

e)  $\frac{5^{10}}{5^7} =$

f)  $\frac{9^5}{9} =$

## 2. Observa los ejemplos y expresa como única potencia

a)  $(7^2)^3 = 7^6$

f)  $(1^4)^2 = 5^{12}$

k)  $\left[ (7^4)^5 \right]^3 = 7^{60}$

b)  $(5^4)^3 =$

g)  $(3^9)^0 =$

l)  $\left[ (4^2)^5 \right]^9 =$

c)  $(2^5)^3 =$

h)  $(6^3)^9 =$

m)  $\left[ (5^3)^2 \right]^8 =$

d)  $(9^7)^2 =$

i)  $(2^0)^3 =$

n)  $\left[ (2^4)^0 \right]^6 =$

e)  $(4^8)^5 =$

j)  $(5^3)^2 =$

o)  $\left[ (4^4)^7 \right]^1 =$

### 3. Expresa como única potencia

a) $2^9 \cdot 2^3 =$	b) $(5^4)^3 =$	c) $7^8 : 7^6 =$	d) $(5^9)^2 =$
e) $3^{10} : 3^6 =$	f) $2^8 : 2 =$	g) $\frac{5^{10}}{5^7} =$	h) $9^4 \cdot 9^3 =$
i) $6^4 \cdot 6^0 =$	j) $\frac{4^{17}}{4^7} =$	k) $(3^8)^2 =$	l) $0^4 \cdot 0^7 =$

### 4. Utiliza las propiedades de las potencias para escribirlo como única potencia y luego calcula. Guíate por los ejemplos:

•  $2^3 \cdot 2^2 = 2^5 = 32$

•  $(2^5 \cdot 2^3) : 2^4 = 2^8 : 2^4 = 2^4 = 16$

a)  $3^8 : 3^6 =$

f)  $\frac{9^6}{9^4} =$

b)  $\frac{5^9}{5^7} =$

g)  $10^4 \cdot 10^2 =$

c)  $2^3 \cdot 2 =$

h)  $\frac{1^{17}}{1^7} =$

d)  $3^{11} : 3^9 =$

i)  $(3^8)^2 =$

e)  $(2^2)^3 =$

j)  $0^4 \cdot 0^7 =$

k)  $(5^2)^3 \cdot 5^3 =$

n)  $3^5 \cdot (3^{10} : 3^8) =$

l)  $6^3 \cdot 6^8 : 6^6 =$

o)  $9^4 \cdot 9^3 \cdot (9^2)^7 =$

m)  $(3^9)^2 : (3^2)^5 =$

p)  $(3^8 \cdot 3^2)^5 =$

### 5. Observa los ejemplos y expresa como única potencia.

•  $8^5 : 2^5 = (8 : 2)^5 = 4^5$

•  $21^2 : 7^2 = (21 : 7)^2 = 3^2$

•  $15^6 : (-3)^6 = (15 : -3)^6 = (-5)^6$

•  $\frac{6^7}{3^7} = \left(\frac{6}{3}\right)^7 = 2^7$

a)  $8^9 : 1^9 =$

b)  $24^5 : 2^5 =$

c)  $(-20)^9 : 5^9 =$

d)  $(-30)^7 : (-6)^7 =$

e)  $8^4 : (-4)^4 =$

f)  $\frac{9^5}{3^5} =$

g)  $\frac{10^8}{2^8} =$

h)  $\frac{(-36)^5}{9^5} =$

i)  $\frac{5^{10}}{1^{10}} =$

j)  $\frac{(-14)^{25}}{(-7)^{25}} =$

k)  $\frac{30^4}{(-3)^4} =$

l)  $\frac{49^8}{7^8} =$

6. Calcula y escribe el resultado en forma de potencia:

a)  $(9:3)^2 : 3^2 =$

b)  $\frac{a^5 \cdot a^3 \cdot a^2 \cdot a^0}{a^2 \cdot a^6 \cdot a} =$

c)  $(25:5)^4 \cdot 2^4 =$

d)  $(3^3)^2 \cdot 3 =$

e)  $\frac{(5^7)^2}{(5^3)^3} =$

f)  $\frac{2^5 \cdot 2^7 \cdot 2^0}{2^2 \cdot 2^0} =$

7. Pasa a la misma base y da el resultado en forma de potencia:

a)  $(32:8) \cdot 2^4 = (2^5 : 2^3) \cdot 2^4 = 2^2 \cdot 2^4 = 2^6$

b)  $(3^3)^2 \cdot 3^2 \cdot 27 =$

c)  $(16:8) \cdot 32 =$

d)  $(27 \cdot 9) : 81 =$

8. Si en las operaciones hay sumas o restas, primero hay que resolver las potencias. Teniendo esto en cuenta, realiza las siguientes operaciones:

a)  $1^3 + 5^2 + 3^3 =$

b)  $(-2)^2 - (-2)^3 + (-2)^4 + (-2) + 2^0 =$

c)  $1^2 + 2^3 - 3^3 =$

d)  $3^0 + 3^2 + (-3)^3 - (-3)^4 =$

e)  $3^2 - 4^3 : 4^2 + 5^2 =$

f)  $7^4 : 7^2 + 3 \cdot 3^2 =$

## PROBLEMAS

9. Observa cómo está resuelto el primero y resuelve los demás.

a) En una habitación de un museo hay tres paredes con tres cuadros en cada una de ellas y en cada cuadro aparecen tres personas con tres flores cada una. ¿Cuántas flores habrá en total? Expresa el resultado como potencia y calcúlalo.

3 paredes con 3 cuadros con 3 personas con 3 flores.

$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81 \text{ flores habrá en total.}$$

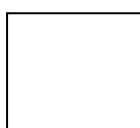
b) En un parque hay cinco lagos con cinco patos en cada lago. ¿Cuántos patos habrá en total? Expresa el resultado como potencia y calcúlalo.

c) Pedro tiene seis bolsillos con seis llaveros en cada uno y en cada llavero hay seis llaves. ¿Cuántas llaves tiene Pedro? Expresa el resultado como potencia y calcúlalo.

d) Un granjero posee dos pocilgas con dos cerdos en cada una, ¿cuántos jamones obtendrá? Expresa el resultado como potencia y calcúlalo. (Recuerda que los jamones se obtienen de las patas traseras de los cerdos).

10. Lee los siguientes problemas, ¿en que se parecen sus enunciados? Observa cómo está resuelto el primero y resuelve los demás.

a) Calcula el área de un cuadrado de lado 5 cm.



5 cm

$$A = l^2$$

(Área del cuadrado = lado al cuadrado)

$$A = 5^2 = 5 \cdot 5 = 25 \text{ cm}^2 \quad (\text{Observa que si el lado te lo dan en cm el área será en cm}^2)$$

**b)** Calcula el área de un cuadrado de lado 8 cm.

**c)** Sabiendo que el lado de un cuadrado mide 12 cm, ¿cuánto medirá su área?

**d)** Halla el área de un cuadrado de 10 m de lado. (Atención: si el lado viene dado en m, ¿en qué vendrá dado el área?)

## D) RAÍZ CUADRADA

- Calcular la raíz cuadrada es hacer la operación inversa de elevar al cuadrado

$$b^2 = a \Leftrightarrow \sqrt{a} = b$$

- La raíz cuadrada de un número entero positivo es el valor positivo o negativo que elevado al cuadrado es igual a dicho número.
- El radicando es siempre un número positivo o igual a cero, ya que todo número al cuadrado es positivo.
- La raíz cuadrada es **exacta**, siempre que el radicando sea un cuadrado perfecto.

$$\sqrt{9} = 3 \quad \sqrt{16} = 4 \quad \sqrt{36} = 6$$

- La raíz **entera** de un número entero es el mayor entero cuyo cuadrado es menor que dicho número. El *resto* es la diferencia entre el radicando y el cuadrado de la raíz entera.

$$\sqrt{17} \approx 4 \quad \text{Resto} = 17 - 4^2 = 1$$

1. Observa los siguientes ejemplos de raíces exactas y completa.

- a)  $\sqrt{81} = 9$  porque  $9^2 = 81$       e)  $\sqrt{64} = \dots$  porque .....      i)  $\sqrt{0} = \dots$
- b)  $\sqrt{25} = 5$  porque  $\dots^2 = 25$       f)  $\sqrt{16} = \dots$       j)  $\sqrt{2500} = \dots$
- c)  $\sqrt{9} = 3$  porque  $3^2 = \dots$       g)  $\sqrt{900} = \dots$       k)  $\sqrt{121} = \dots$
- d)  $\sqrt{100} = \dots$  porque  $10^2 = \dots$       h)  $\sqrt{144} = \dots$       l)  $\sqrt{169} = \dots$

2. Observa los siguientes ejemplos de raíces no exactas y completa.

- a)  $\sqrt{18} = 4$  porque  $4^2 = 16$  y de **resto** 2
- b)  $\sqrt{40} = 6$  porque  $6^2 = 36$  y de **resto** ....
- c)  $\sqrt{117} = \dots$
- d)  $\sqrt{15} = 3$  porque ..... y de **resto** ....
- e)  $\sqrt{75} = \dots$
- f)  $\sqrt{31} = \dots$  porque ..... y de **resto** ....
- g)  $\sqrt{200} = \dots$

3. Calcula y si no es exacta indica el resto:

- a)  $\sqrt{49} =$                       b)  $\sqrt{289} =$                       c)  $\sqrt{150} =$
- d)  $\sqrt{1600} =$                       e)  $\sqrt{97} =$                       f)  $\sqrt{184} =$



4. Calcula:  $\sqrt{16} - \sqrt{25} + 5^3 + \sqrt{121} =$

5. Un campo cuadrangular tiene 2500 m<sup>2</sup> de superficie. ¿Cuántos metros de valla son necesarios para vallarlo?

6. Se quieren plantar 147 árboles de forma que llenen un área cuadrada. ¿Cuántas filas de árboles tendrá la plantación? ¿Sobrarán algún árbol?