

---

# UNIDAD 1: LOS NÚMEROS NATURALES

---

## Índice

1. INTRODUCCIÓN .....	2
2. EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL .....	2
2.1. COMPARACIÓN DE NÚMEROS NATURALES .....	4
3. SUMA DE NÚMEROS NATURALES. ....	5
3.1. PROPIEDADES DE LA SUMA. ....	6
4. RESTA DE NÚMEROS NATURALES. ....	7
5. USO DE LA CALCULADORA PARA REALIZAR SUMAS Y RESTAS .....	9
6. MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS NATURALES. ....	10
6.1. PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN. ....	10
6.2. CASOS PARTICULARES DE LA MULTIPLICACIÓN. ....	11
7. DIVISIÓN DE NÚMEROS NATURALES. ....	12
7.1. COCIENTE POR DEFECTO Y POR EXCESO. ....	13
7.2. ¿CÓMO SE REALIZA UNA DIVISIÓN? .....	14
7.3. DIVISIÓN POR LA UNIDAD SEGUIDA DE CEROS.....	15
8. JERARQUÍA DE LAS OPERACIONES. ....	15
9. DIVISIBILIDAD .....	16
9.1. MÚLTIPLOS Y DIVISORES. ....	16
9.2. NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS. ....	17
9.3. CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD.....	17
10. MÁXIMO COMÚN DIVISOR Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO .....	18
10.1. MÁXIMO COMÚN DIVISOR. ....	18
10.2. MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO .....	19

## 1. INTRODUCCIÓN

¿Te has parado a pensar cuántas veces ves o utilizas los números a lo largo del día? Si lo piensas, seguro que son muchas más de las que te imaginas: cuando miras la hora en tu reloj, cuando telefoneas a un amigo o un familiar, cuando miras el escaparate de cualquier tienda, cuando recibes una factura... y seguro que muchas más. Por eso, es fundamental controlar este primer tema, porque es fundamental en nuestro día a día.

En nuestra vida diaria estamos rodeados de números por todas partes. ¿Cuántos años tienes? ¿Cuánto cuesta un libro? ¿A qué velocidad va tu coche?...

Estos números los utilizamos para contar (uno, dos, tres,...), y se llaman números naturales. Reciben este nombre porque fueron los primeros que utilizó el ser humano para contar objetos.

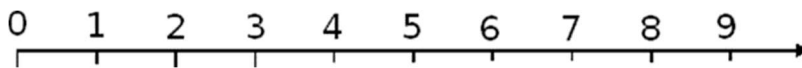
También podemos utilizar los números para otras funciones:

- Para identificar: el número del DNI, el número de teléfono, el número de la casa donde vives, ...
- Para ordenar: primero (1º), cuarto (4º), ...

Existe un número natural algo especial. El número en cuestión es el 0 (cero), y se utiliza cuando no hay nada que contar.

El conjunto de todos los naturales lo simbolizaremos con una "ene" mayúscula, N, y son los que sirven para contar y ordenar:

Nº: 0,1, 2, 3, 4, 5, .....,64, 65, 66, .....,1639,1640,1641,1642, .....



## 2. EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

El sistema de numeración que utilizamos actualmente es el sistema de numeración decimal, que fue introducido en Europa por los árabes, en el siglo XI, procedente de la India, donde se desarrolló desde el siglo VI a.C.

Quizá se llame así por los diez dedos de nuestras manos, y todos hemos usado alguna vez para contar. Seguramente, por eso nuestro sistema utiliza 10 símbolos que son 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

Cuando tenemos diez unidades, las agrupamos formando un grupo superior llamado decena.

Cuanto tenemos diez decenas, formamos un nuevo grupo llamado centena que, por lo tanto, equivale a cien unidades.

Y así sucesivamente: cada diez unidades de un orden forman una unidad del orden inmediato superior.

El número 4.368 está formado por 4 unidades de millar, 3 centenas, 6 decenas y ocho unidades. Lo podemos observar mejor si los colocamos en la tabla:

MILLARES			UNIDADES		
6°	5°	4°	3°	2°	1°
CENTENA MILLAR	DECENA MILLAR	UNIDAD MILLAR	CENTENA	DECENA	UNIDAD
		4	3	6	8

Para leer un número se separan en grupos de tres cifras y se van leyendo por clases.

**Ejemplo:** Para leer el número 49807621, lo dividimos en grupos de tres. Así: 49.807.621 y empezamos a leer por la izquierda. Cuando llegamos a un punto, nombramos su clase. Sería así: Cuarenta y nueve millones, ochocientos siete mil seiscientos veintiuno.

Se puede ver mejor si lo colocamos en la tabla:

MILLONES			MILLARES			UNIDADES		
9°	8°	7°	6°	5°	4°	3°	2°	1°
CENTENA MILLÓN	DECENA MILLÓN	UNIDAD MILLÓN	CENTENA MILLAR	DECENA MILLAR	UNIDAD MILLAR	CENTENA	DECENA	UNIDAD
	4	9	8	0	7	6	2	1

**Actividad 1.** Escribe cómo se leen los siguientes números:

- a) 435.207.756
- b) 16.503.203
- c) 335.698
- d) 200.014

**Solución:** a) cuatrocientos treinta y cinco millones doscientos siete mil setecientos cincuenta y seis    b) dieciséis millones quinientos tres mil doscientos tres    c) trecientos treinta y cinco mil seiscientos noventa y ocho    d) doscientos mil catorce

**Actividad 2.** Escribe con números:

- a) Dos mil ocho.
- b) Seiscientos mil cuatrocientos treinta y dos.
- c) Diez mil cinco.
- d) Doce millones, trescientos quince mil doscientos uno.
- e) Ciento diez millones, doscientos mil nueve.
- f) Trescientos cinco mil veintidós

**Solución:** a) 2.008    b) 600.432    c) 10.005    d) 12.315.201    e) 110.200.009    f) 305.022

### 2.1. COMPARACIÓN DE NÚMEROS NATURALES.

Si dos números tienen el mismo número de cifras, habrá que ir comparando éstas de izquierda a derecha. El que tiene mayor la primera cifra de la izquierda es el mayor. En caso de que sean iguales, se compara la segunda y así sucesivamente.

Por ejemplo, si tenemos 4.692 y 4.685, vemos que los dos tienen 4 unidades de millar, que los dos tienen 6 centenas, pero el primero tiene 9 decenas y el segundo 8 decenas. Por tanto, será mayor 4.692.

En primer lugar, si un número tiene más cifras que otro, éste será mayor, además, para expresar matemáticamente que un número es mayor que otro, se emplea el símbolo  $>$ . Veamos algunos ejemplos:

- a) 2.567 es mayor que 384 se escribe así:  $2.567 > 384$
- b) 4.685 es menor que 4.692 se escribe así:  $4.685 < 4.692$

Para expresar matemáticamente que un número es mayor que otro, se emplea el símbolo  $>$ . Y para expresar que un número es menor que otro, se emplea  $<$ . De esta forma, podemos decir:

$$384 < 2.567$$

$$4.692 > 4.685$$

Observa que la punta de la flecha señala siempre al número menor y la abertura del símbolo señala al número mayor.

**Actividad 3.** Completa con los signos >, <:

a)  $5.605 \dots 5.506$

c)  $5.010 \dots 5.001$

b)  $646 \dots 664$

d)  $6.304 \dots 6.403$

**Solución:** a) >    b) <    c) >    d) <

**Actividad 4.** Ordena los siguientes números de menor a mayor:

a) 56.505

b) 78.549

c) 45.693

d) 54.956

**Solución:**  $78.549 > 56.505 > 54.956 > 45.693$

### 3. SUMA DE NÚMEROS NATURALES

**Sumar** es agrupar varias cantidades en una sola, también se llama **adición**.

Seguro que en tu vida has hecho muchísimas sumas: cuando calculas lo que te has gastado el fin de semana, cuando calculas los kilómetros que debes recorrer para llegar a un determinado lugar, ...

Vamos a ver cómo se realiza la suma:  $6.578 + 4.087 + 792$

<table style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th>u.m.</th> <th>c.</th> <th>d.</th> <th>u.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>6</td> <td>5</td> <td>7</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>0</td> <td>8</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td colspan="4"><hr/></td> </tr> <tr> <td></td> <td>7</td> <td>9</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table>	u.m.	c.	d.	u.	6	5	7	8	4	0	8	7	<hr/>					7	9	2	<p>Primero colocamos los números en columna de forma que coincidan las unidades con las unidades, las decenas con las decenas...</p>					
u.m.	c.	d.	u.																							
6	5	7	8																							
4	0	8	7																							
<hr/>																										
	7	9	2																							
<table style="margin: auto;"> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td>1</td> <td></td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>5</td> <td>7</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>0</td> <td>8</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td></td> <td>7</td> <td>9</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td colspan="4"><hr/></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>7</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>			1		6	5	7	8	4	0	8	7		7	9	2	<hr/>						7		<p>Empezamos sumando las unidades:  <math>8 + 7 + 2 = 17</math>, es decir, 1 decena y 7 unidades</p> <p>Escribimos el 7 debajo de las unidades y ponemos el 1 en la columna de las decenas.</p>	<p>En la práctica decimos:  <math>8 + 7 + 2</math> son 17.  <i>Escribo el 7 y me llevo 1</i></p>
		1																								
6	5	7	8																							
4	0	8	7																							
	7	9	2																							
<hr/>																										
		7																								

$  \begin{array}{r}  2 \ 1 \\  6 \ 5 \ 7 \ 8 \\  4 \ 0 \ 8 \ 7 \\  7 \ 9 \ 2 \\  \hline  5 \ 7  \end{array}  $	<p>A continuación sumamos las decenas:</p> <p><math>1 + 7 + 8 + 9 = 25</math>, es decir 2 centena y 5 decenas.</p> <p>Escribimos el 5 debajo de las decenas y el 2 en la columna de las centenas.</p>	<p>Decimos:</p> <p><math>1 + 7 + 8 + 9</math> son 25.</p> <p><i>Escribo 5 y me llevo 2</i></p>
--	---	--

$  \begin{array}{r}  1 \ 2 \ 1 \\  6 \ 5 \ 7 \ 8 \\  4 \ 0 \ 8 \ 7 \\  7 \ 9 \ 2 \\  \hline  4 \ 5 \ 7  \end{array}  $	<p>Al sumar las centenas obtenemos:</p> <p><math>2 + 5 + 0 + 7 = 14</math> centenas, que son una unidad de millar y 4 centenas.</p> <p>Escribimos el 4 debajo de las centenas y el 1 en la columna de las unidades de millar</p>	<p>En la práctica decimos:</p> <p><math>2 + 5 + 0 + 7</math> son 14.</p> <p><i>Escribo 4 y me llevo 1</i></p>
--	--	---

$  \begin{array}{r}  1 \ 2 \ 1 \\  6 \ 5 \ 7 \ 8 \\  4 \ 0 \ 8 \ 7 \\  7 \ 9 \ 2 \\  1 \ 1 \ 4 \ 5 \ 7  \end{array}  $	<p>Sumamos las unidades de millar:</p> <p><math>1 + 6 + 4 = 11</math>, es decir una decena de millar y una unidad de millar.</p> <p>Escribimos el 1 debajo de las unidades de millar y el otro 1 en el lugar de las decenas de millar, puesto que ya no hay más columnas que sumar.</p>	<p>Decimos:</p> <p><math>1 + 6 + 4</math> son 11.</p> <p>Escribo el 11 y hemos terminado.</p>
--	---	---

Los números que sumamos en una suma se llaman **sumandos**. En el ejemplo anterior había tres sumandos, el 6.578, el 4.087 y el 792. Al resultado de la operación se le llama **suma**. Para indicar esta operación utilizamos el signo "+" que se lee "más".

**Actividad 5.** Realiza las siguientes sumas:

a)  $6.570 + 167 + 8.658 =$

b)  $563.132 + 54.006 + 66.707 =$

c)  $4.657 + 506 + 568 + 70 =$

**Solución:** a) 15.395      b) 683.845      c) 5.801

### 3.1. PROPIEDADES DE LA SUMA.

a) **Propiedad conmutativa:**

El orden de los sumandos no altera la suma:  $a + b = b + a$

En la práctica da lo mismo sumar  $4 + 6$  que  $6 + 4$ , puesto que obtenemos el mismo resultado, que es 10.

b) **Propiedad asociativa:**

Si tenemos que sumar tres o más sumandos, podemos sumar dos cualquiera de ellos y sustituirlos por el resultado de su suma:  $(a + b) + c = a + (b + c)$

Esto nos permite simplificar algunos cálculos. Por ejemplo, si tenemos que sumar  $37 + 30 + 20$ , es mejor sumar  $30 + 20 = 50$  y después sumarle el 37; es decir:  $37 + (30 + 20) = 37 + 50 = 87$

También podemos combinar ambas propiedades. Por ejemplo, si tenemos que sumar  $20 + 43 + 50$ , lo más fácil es aplicar la propiedad conmutativa para cambiar el orden, así:  $20 + 50 + 43$  y luego utilizar la propiedad asociativa para sumar  $20 + 50 = 70$ . Después sumar  $70 + 43 = 113$ .

## 4. RESTA DE NÚMEROS NATURALES

Restar es quitar una cantidad a otra. Es la operación inversa a la suma. Esta operación también recibe el nombre de sustracción. Para indicar esta operación se utiliza el signo menos (-).

En tu vida diaria también realizas muchas restas. Por ejemplo, si te compras algo que vale 14 euros y pagas con un billete de 20 euros, has de realizar una resta para saber lo que te deben devolver. Es decir,  $20 - 14 = 6$  euros.

Los términos de la resta son el minuendo, el sustraendo y la diferencia. En la resta de números naturales, el minuendo debe ser mayor que el sustraendo.

Vamos a ver cómo se realiza la resta  $958 - 671$ .

$  \begin{array}{r}  \text{c.} \quad \text{d.} \quad \text{u.} \\  9 \quad 5 \quad 8 \\  6 \quad 7 \quad 1 \\  \hline  \end{array}  $	<p>Primero colocamos el minuendo y el sustraendo en columna de forma que coincidan las unidades con las unidades, las decenas con las decenas...</p>	<b>En la práctica:</b>
$  \begin{array}{r}  9 \quad 5 \quad 8 \\  6 \quad 7 \quad 1 \\  \hline  \phantom{9} \phantom{5} 7  \end{array}  $	<p>Comenzamos restando las unidades: a 8 unidades le quitamos 1 unidad y nos quedan 7 unidades</p> <p>Con las decenas: a 5 decenas no le podemos quitar 7 decenas</p>	<i>De 1 a 8 van 7. Colocamos el 7 debajo de las unidades.</i>
$  \begin{array}{r}  8 \quad 15 \quad 8 \\  6 \quad 7 \quad 1 \\  \hline  \phantom{8} \phantom{15} 7  \end{array}  $	<p>Tomamos una centena y la transformamos en 10 decenas, con lo que tenemos 15 decenas.</p> <p>A 15 decenas le quitamos 7 decenas y nos quedan 8 decenas.</p>	<p>Mentalmente se pone un 1 delante del 5. <i>Del 7 al 15 van 8 y me llevo 1.</i></p> <p>Colocamos el 8 debajo de las decenas.</p>
$  \begin{array}{r}  8 \quad 15 \quad 8 \\  6 \quad 7 \quad 1 \\  \hline  2 \quad 8 \quad 7  \end{array}  $	<p>Ahora sólo nos quedan 8 centenas (pues hemos quitado antes una) y al restarle 6, nos quedan 2.</p>	
$  \begin{array}{r}  9 \quad 15 \quad 8 \\  6^{+1} \quad 7 \quad 1 \\  \hline  2 \quad 8 \quad 7  \end{array}  $		<p>En vez de quitar una centena al 9, se la sumamos al 6. Por tanto, dejamos las 9 centenas como estaban al principio.</p> <p>Decimos: <i>6 y 1 que nos llevamos son 7. De 7 a 9 van 2.</i></p>

Para comprobar si la resta nos ha salido bien, se resta la diferencia o resultado con el minuendo o el sustraendo y nos saldrá el tercer término de la resta que nos falta. Esto se llama la prueba de la resta.



**Actividad 6.** Realiza las siguientes restas:

a)  $528 - 324 =$

b)  $11.929 - 8.974 =$

**Solución:** a) 204 b) 2.955

**Actividad 7.** Calcula el término de la resta que falta en cada caso:

a)  $935.670 - \dots = 513.265$

b)  $\dots - 543.271 = 895.023$



c)  $456.799 - 375.832 = \dots$

**Solución:** a) 422.405    b) 1.438.294    c) 80.967

## 5. USO DE LA CALCULADORA PARA REALIZAR SUMAS Y RESTAS

La calculadora nos facilita la realización de los cálculos.




Para hacer sumas y restas con la calculadora disponemos de las teclas  y .

Al teclear un número de más de tres cifras, no pongas nunca el punto después de las unidades de millar, pues la calculadora lo entiende como decimal.

Por **ejemplo**, para hacer la resta  $458 - 379$ , has de dar a las teclas:



Puede suceder que quieras sumas varias veces el mismo número. Para no tener que estar tecleándolo cada vez, hay una tecla que introduce el número en la memoria:

M+ 

Por **ejemplo**: Tienes una cuenta en el banco con 23.456 euros y cada mes te ingresan 458 euros. Quieres saber cómo irá aumentando la cuenta a lo largo de 4 meses.

Es evidente que a 23.456 le tienes que ir sumando 458 cada mes.




Para hacer los cálculos con la calculadora, tecleas el número 458 y luego la tecla

. El número queda introducido en la memoria, aunque borres la pantalla.


Cada vez que quieras que aparezca este número, das a la tecla de Memoria

recuperadora: 

Ahora, para saber el dinero que tendrás cada mes, dejas la pantalla en 0 y tecleas lo siguiente:

23456    y obtendrás 23914, que es la cantidad que tendrás el primer mes.

Cada vez que des a las teclas    irás obteniendo lo de los siguientes meses.

Para borrar el número de la memoria pulsas en la tecla 



## 6. MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS NATURALES

Existen numerosas situaciones de la vida cotidiana en las que utilizas la multiplicación.

Por ejemplo, si vamos a pagar 5 barras de pan y cada una cuesta 80 céntimos, podemos sumar 4 veces 80, es decir:  $80 + 80 + 80 + 80$ . Pero lo mejor será multiplicar  $4 \times 80$ .

Por tanto, cuando se trata de hacer una suma con el mismo sumando, lo mejor es que lo hagamos con la multiplicación.

El sumando que se repite, en este caso el 80, se llama multiplicando. Las veces que se repite el sumando, en este caso 4, se llama multiplicador. El multiplicando y el multiplicador también se llaman factores. El resultado se llama producto. El signo de esta operación es  $\times$  o  $\cdot$  y se lee "por".

En la calculadora la tecla que usamos para hacer las multiplicaciones es . En el ordenador la tecla que se usa es 

### 6.1. PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN.

#### a) Propiedad conmutativa:

El orden de los factores no altera el producto:  $a \cdot b = b \cdot a$

Es decir; da lo mismo multiplicar  $3 \cdot 4$ , que  $4 \cdot 3$ , pues el resultado da 12 en ambos casos.

#### b) Propiedad asociativa:

Para multiplicar dos o más factores se pueden asociar dos de ellos y el resultado

no varía:  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

Si tienes que multiplicar un producto de tres factores, como  $5 \cdot 7 \cdot 2$ , se pueden multiplicar dos cualesquiera de ellos y el resultado multiplicarlo por el tercero. En este caso es muy fácil multiplicar  $5 \cdot 2 = 10$ , y luego,  $10 \cdot 7 = 70$ . La notación matemática sería:  $(5 \cdot 2) \cdot 7 = 10 \cdot 7 = 70$

c) **Propiedad distributiva:**

Vamos a realizar las siguientes operaciones de dos formas diferentes:  $5 \cdot (4 + 3)$

$$1^a) 5 \cdot (4 + 3) = 5 \cdot 7 = 35$$

$$2^a) 5 \cdot (4 + 3) = 5 \cdot 4 + 5 \cdot 3 = 20 + 15 = 35$$

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Esta propiedad también se puede aplicar si en vez de una suma tenemos una resta:

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

La operación inversa a la distributiva es sacar factor común:

Sacar factor común:

$$a) 5 \times 4 + 5 \times 3 = 5 \times (4 + 3)$$

$$b) 3 \times 7 - 3 \times 2 = 3 \times (7 - 2)$$

$$c) 4 \times 7 - 4 \times 3 + 5 \times 4 = 4 \times (7 - 3 + 5)$$

$$d) 3 \cdot a + 5 \cdot a = (3 + 5) \cdot a = 8 \cdot a$$

## 6.2. CASOS PARTICULARES DE LA MULTIPLICACIÓN.

### a) Multiplicación de un número por la unidad seguida de ceros:

Para multiplicar cualquier número por la unidad seguida de ceros, se escribe este número y se añaden tantos ceros como lleve la unidad.

$$34 \times 1.000 = 34.000 \quad 10.000 \times 15 = 150.000$$

En algunos casos el producto de dos números se hace más fácilmente, si uno de los factores se descompone en una suma de dos sumandos uno de los cuales es la unidad seguida de ceros:

$$15 \times 102 = 15 \times (100 + 2) = (15 \times 100) + (15 \times 2) = 1.500 + 30 = 1.530$$

Hemos aplicado el producto de la unidad seguida de ceros y la propiedad distributiva.

**b) Multiplicación de números que terminan en cero:**

Para multiplicar dos o más números seguidos de ceros se multiplican dichos números, prescindiendo de los ceros, y se añade a ese producto tantos ceros como haya en los dos factores:

$$400 \times 30 = 12.000 \quad 2.700 \times 60 = 162.000$$

**Actividad 8.** Realiza las siguientes multiplicaciones:

a)  $2.306 \times 305 =$

b)  $7.650 \times 400 =$

c)  $3.785 \times 501 =$

**Solución:** a) 703.330    b) 3.060.000    c) 1.896.285

**Actividad 9.** Saca factor común:

a)  $3 \cdot b + 5 \cdot b - 2 \cdot b$

b)  $6x4 + 3x4 + 2x4$

c)  $6 \cdot a + 6 \cdot b$

d)  $2 \cdot a + 2 \cdot c$

**Solución:** a)  $(3+5-2) \cdot b$     b)  $(6+3+2) \cdot 4$     c)  $(a+b) \cdot 6$     d)  $(a+c) \cdot 2$

**Actividad 10.** Completa las siguientes expresiones:

a)  $425 \times 100 =$

b)  $632 \times \quad = 6.320$

c)  $\quad \times 1.000 = 35.000$

**Solución:** a) 425.00    b) 10    c) 35

## 7. DIVISIÓN DE NÚMEROS NATURALES

Existen numerosas situaciones de la vida cotidiana en las que utilizas la división. Es una operación que se utiliza para repartir.

**Ejemplo,** tenemos que 84 huevos y queremos empaquetarlos por docenas. ¿Cuántas docenas tendremos?

Tenemos que encontrar un número que al multiplicarlo por 12 nos de 84.

$$\begin{array}{r} 84 \quad | \quad 12 \\ \underline{\quad \quad} \\ 0 \quad \quad 7 \end{array}$$

Los términos de la división son:



$$\begin{array}{r}
 \text{Dividendo} \longrightarrow 84 \quad \overline{)12} \longleftarrow \text{Divisor} \\
 \text{Resto} \longrightarrow \quad 0 \quad 7 \longleftarrow \text{Cociente}
 \end{array}$$

El dividendo (84) indica el número de elementos que hay que repartir. El divisor (12) indica el número de grupos que hay que hacer.

El cociente (7) indica el número de elementos que debe tener cada grupo.

El resto (0) indica los elementos que sobran. Cuando no sobra ninguno, como en este caso, la división se llama exacta, y cuando sobra algo, se llama inexacta o entera.

El símbolo que utilizamos para dividir es:

En la calculadora es . En el ordenador es . Para realizar la división en la calculadora, teclearemos:

$$\boxed{8} \boxed{4} \boxed{\div} \boxed{12} \boxed{=}$$

### 7.1. COCIENTE POR DEFECTO Y POR EXCESO.

¿Qué ocurre si queremos hacer la división 42: 5?

No hay ningún número natural que multiplicado por 5 dé 42, ya que  $5 \times 8 = 40$  (no llega)

$$5 \times 9 = 45 \quad (\text{se pasa})$$

Se dice que 8 es el cociente por defecto ya que al multiplicarlo por 5 da 40 y no llega a 42, y 9 es el cociente por exceso ya que al multiplicarlo por 9 da 45 y se pasa de 42.

A veces es mejor calcular el cociente por exceso y otras veces por defecto, según el tipo de situación que tengamos que resolver.

En toda división por defecto se cumple la siguiente propiedad fundamental:

$$\text{dividendo} = \text{divisor} \times \text{cociente} + \text{resto}$$

De esta forma podemos comprobar si hemos realizado una división bien o mal:

$$\begin{array}{r}
 74 \quad \overline{)9} \\
 \quad 2 \quad 8
 \end{array}$$

## 7.2. CÓMO SE REALIZA UNA DIVISIÓN.

$\begin{array}{r} 4610 \overline{) 53} \\ \underline{\phantom{00}8} \phantom{00} \end{array}$	<p>Como el divisor tiene 2 cifras, tomamos las dos primeras cifras del dividendo: 46.</p> <p>Como 46 no se puede dividir entre 53, tomamos una cifra más: 461 dividido entre 53, que será aproximadamente 8, ya que <math>46:5 = 8</math></p>
$\begin{array}{r} 4610 \overline{) 53} \\ \underline{378} \phantom{00} \end{array}$	<p>Se hace la operación:</p> <p><math>8 \cdot 3 = 24</math>, a 31 van 7 y llevamos 3.</p> <p><math>8 \cdot 5 = 40</math> y 3 que llevamos son 43, a 46 van 3</p>

$\begin{array}{r} 4610 \overline{) 53} \\ \underline{3708} \phantom{00} \end{array}$	<p>Ahora bajamos el 0 y repetimos el mismo proceso. Podemos pensar que <math>370:53</math> son 7, pero al multiplicar <math>7 \cdot 53 = 371</math>, obtenemos un número mayor que 370, luego, pondremos en el cociente un 6</p>
$\begin{array}{r} 4610 \overline{) 53} \\ \underline{37086} \phantom{00} \\ \phantom{00}52 \phantom{00} \end{array}$	<p>Decimos:</p> <p><math>6 \cdot 2 = 12</math>, a 20 van 8 y llevamos 2.</p> <p><math>6 \cdot 5 = 30</math> y dos que llevamos 32, a 37 van 5</p>

Se debe cumplir siempre que el resto debe ser menor que el divisor.

**Ejemplo:** Para hacer una excursión de fin de curso se han apuntado 249 personas y vamos a contratar autobuses de 55 plazas. ¿Cuántos autobuses serán necesarios?

$$\begin{array}{r} 249 \overline{) 55} \\ \underline{294} \phantom{00} \end{array}$$

Según la división se llenarían 4 autobuses, quedando aún 29 personas, por lo que nos hará falta un autobús más. La respuesta es: son necesarios **5 autobuses**.

**7.3. DIVISIÓN POR LA UNIDAD SEGUIDA DE CEROS.**

Para hallar el cociente de una división de un número terminado en ceros por la unidad seguida de ceros, se pueden tachar del dividendo tantos ceros como tiene la unidad. Para ello es necesario que el dividendo tenga al menos tantos ceros como el divisor.

**Actividad 11.** Resuelve los siguientes problemas.

- a) Un grifo deja salir 15 litros de agua por minuto, ¿Cuánto tiempo tardará en llenar un depósito de 675 litros?
- b) ¿Cuántos años son 5475 días? Se considera que un año tiene 365 días.
- c) Queremos guardar 768 latas de refresco en cajas de 24 latas cada una. ¿Cuántas cajas son necesarias?
- d) María, Antonio y Ana coleccionan sellos. Su tío tiene 235 para repartir entre los tres. ¿Cuántos puede dar a cada uno? ¿Sobrarán algún sello?

**Actividad 12.** Realiza las siguientes divisiones:

- a)  $49.067 : 31$
- b)  $34.597 : 475$

**Actividad 13.** Indica el cociente de las siguientes divisiones:

- a)  $54.000 : 1000 =$
- b)  $7.100 : 10 =$
- c)  $470 : 10 =$
- d)  $31.000 : 100 =$

**8. JERARQUÍA DE LAS OPERACIONES**

Si en una operación aparecen sumas, o restas y multiplicaciones o divisiones, el resultado varía según el orden en que se realicen.

Si en una expresión aparecen paréntesis, lo primero que hay que realizar son dichos paréntesis. Si no aparecen, hay que empezar siempre por efectuar las multiplicaciones o divisiones y luego las sumas y restas en el orden en el que aparecen.

A veces aparecen además de los paréntesis, corchetes o llaves, veamos ejemplos:

- a)  $5 + 2 \cdot 3 + 4$   
 b)  $(3 + 5) \cdot 4 + 2$   
 c)  $4 \cdot 3 + 5 \cdot (4 + 2 \cdot 3)$   
 d)  $5 - [4 + 3 \cdot (5 - 2) + 1]$   
 e)  $80 - [18 + 3 \cdot (5 - 2) - 2 \cdot 4 - (7 - 8 : 2)]$

Lo mejor es realizar estas operaciones de dentro a fuera, es decir, empezando por los paréntesis, siguiendo por los corchetes y finalizando con las llaves. Si dentro de algunos de ellos hay varias operaciones, se debe respetar la prioridad de las multiplicaciones y divisiones sobre las sumas y restas.

En primer lugar, realizamos los paréntesis que se destacan:

$$80 - [18 + 3 \cdot (5 - 2) - 2 \cdot 4 - (7 - 8 : 2)] =$$

$$80 - [18 + 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - (7 - 4)] =$$

Ahora realizamos las operaciones del corchete, pero respetando la prioridad de las multiplicaciones que hay:

$$80 - [18 + 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 3] =$$

$$80 - [18 + 9 - 8 - 3] =$$

Ahora continuamos operando dentro del corchete:  $80 - 16 = 64$

**Actividad 14.** Realiza las siguientes operaciones:

- a)  $3 \cdot 4 - 12 : 3 + 16 : 2 =$   
 b)  $24 : [4 + 16 : (7 - 3)] =$   
 c)  $16 + [2 \cdot (5 - 1) - 3 \cdot 2] - 3 \cdot 5 =$   
 d)  $32 - \{24 - [21 - 4 \cdot (5 - 2)] + 9\} =$

## 9. DIVISIBILIDAD

### 9.1. MÚLTIPLOS Y DIVISORES.

- **MÚLTIPLOS:** Un número "a" es múltiplo de otro número "b", si la división "a" entre "b" es exacta. Los múltiplos se obtienen multiplicando.

Todos los números tienen como múltiplo el 1 y su propio número. Además, pueden tener otros múltiplos o no.



**Ejemplo:** Los 5 múltiplos del 4 son:  $4 \times 1 = 4$ ;  $4 \times 2 = 8$ ;  $4 \times 3 = 12$ ;  $4 \times 4 = 16$ ;  $4 \times 5 = 20$

Los múltiplos son 4, 8, 12, 16, 20

**Ejemplo:** ¿18 es múltiplo de 3? 3 es múltiplo de 18, porque  $18:3=6$ .

**Ejemplo:** ¿25 es múltiplo de 3? 3 no es múltiplo de 25, porque  $25:3=$  decimales

- **DIVISORES:** Un número "a" es divisor de otro número "b", si la división "b" entre "a" es exacta. Los divisores se obtienen dividiendo.

**Ejemplo:** ¿3 es divisor de 18? 3 es divisor de 18, porque  $18:3=6$

**Ejemplo:** ¿3 es múltiplo de 25? 3 no es múltiplo de 25, porque  $25:3=$  decimales

Todos los números tienen como divisores del 1 y su propio número. Además, pueden tener otros divisores o no.

**Ejemplo:** Los múltiplos del 24 son:

$24:1=24$ ;  $24:2=12$ ;  $24:3=8$ ;  $24:4=6$ ;  $24:5=NO$ ;  $24:6=4$ ;  $24:7=NO$ ;  $24:8=3$ ;  
 $24:9=NO$ ;  $24:10=NO$ ;  $24:11=NO$ ;  $24:12=2$ ;  $24:24=1$

Los múltiplos son 24, 12, 8, 6, 4, 3, 2, 1.

## 9.2. NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS.

- **NÚMEROS PRIMOS:** Son aquellos que solo se pueden dividir por sí mismos y por la unidad (1).

**Ejemplo:** 2,3,5,7,11,13...

- **NÚMEROS COMPUESTOS:** Son aquellos que se pueden dividir por sí mismos, por la unidad (1) y por otros números.

**Ejemplo:** 4,6,8,9,10,12...

## 9.3. CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD.

- **DIVISIBILIDAD ENTRE 2:** Son divisibles entre aquellos números que son pares, es decir, que acaban en 0, 2, 4, 6, 8.

**Ejemplo:** 50, 24, 16...

- **DIVISIBILIDAD ENTRE 3:** Primero sumamos todas las cifras del número, y si ese número es múltiplo de 3, quiere decir que es divisible entre 3.

**Ejemplo:** 72, 30, 42...

- **DIVISIBILIDAD ENTRE 5:** Son divisibles entre aquellos números que acaban en 0, 5.

**Ejemplo:** 50, 25, 10...

- **DIVISIBILIDAD ENTRE 9:** Primero sumamos todas las cifras del número, y si ese número es múltiplo de 9, quiere decir que es divisible entre 9.

**Ejemplo:** 81, 72, 18...

- **DIVISIBILIDAD ENTRE 10:** Son divisibles entre aquellos números que acaban en 0.

**Ejemplo:** 70, 30, 40...

- **DIVISIBILIDAD ENTRE 11:** Cuando son dos cifras, si los números son iguales, el número es divisible entre 11.

**Ejemplo:** 55, 22, 33...

Cuando son tres o más cifras, hay que calcular lo siguiente: Sumar las cifras que ocupan la posición par, por otro lado, sumar las cifras que ocupan la posición impar y restar esos resultados (siempre restando el número mayor menos el menor), si sale 0 o bien 11, son múltiplos de 11.

**Ejemplo:** 594,374,3564...

- 594  $5+4=9$       9     $9-9=0$     múltiplo de 11
- 374  $3+4=7$       7     $7-7=0$     múltiplo de 11
- 3564  $3+6=9$       5+4=9       $9-9=0$     múltiplo de 11

## 10. MÁXIMO COMÚN DIVISOR Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO. DESCOMPOSICIÓN FACTORIAL

### 10.1. MÁXIMO COMÚN DIVISOR.

#### MÁXIMO COMÚN DIVISOR

- El máximo común divisor (m.c.d.) de dos o más números es el mayor de los divisores

- Para hallar el máximo común divisor de dos o más números, por ejemplo, m.c.d. (12, 18), se siguen estos pasos:

1. ° Se descompone cada número en producto de factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ & 6 \\ & 3 \\ \hline & 2 \\ & 2 \\ & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ & 9 \\ & 3 \\ \hline & 3 \\ & 3 \end{array}$$

2. ° El producto de estos factores comunes elevados al menor exponente es el máximo común divisor de los números dados.

$$12=2^2 \times 3$$

$$18=2 \times 3^2$$

$$\text{m.c.d. (12, 18)}=2 \times 3=6$$

**10.2. MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO.****MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO**

- El mínimo común múltiplo (m.c.m.) de dos o más números es el menor múltiplo común distinto de cero.

- Para hallar el mínimo común múltiplo de dos o más números, por ejemplo, m.c.m. (30, 45), se siguen estos pasos:

1. ° Se descompone cada número en producto de factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \end{array}$$

2. ° El producto de estos factores comunes elevados al mayor exponente y de los no comunes el mínimo común múltiplo de los números dados.

$$\begin{aligned} 30 &= 2 \times 3 \times 5 \\ 45 &= 3^2 \times 5 \\ \text{m.c.m. (30, 45)} &= 2 \times 3^2 \times 5 = 90 \end{aligned}$$